



information



formation



recherche



coopération  
internationale

# L'ÉLABORATION DE SCÉNARIOS PROSPECTIFS DE L'ÉTAT DE SANTÉ DE LA POPULATION

TOUR D'HORIZON DES APPROCHES ET EXEMPLE APPLIQUÉ AUX  
PROJECTIONS DE LA MORTALITÉ POUR LE CANADA ET LES PROVINCES  
CANADIENNES À L'HORIZON 2031

INSTITUT NATIONAL DE SANTÉ PUBLIQUE DU QUÉBEC

Québec



# L'ÉLABORATION DE SCÉNARIOS PROSPECTIFS DE L'ÉTAT DE SANTÉ DE LA POPULATION

TOUR D'HORIZON DES APPROCHES ET EXEMPLE APPLIQUÉ AUX  
PROJECTIONS DE LA MORTALITÉ POUR LE CANADA ET LES PROVINCES  
CANADIENNES À L'HORIZON 2031

DIRECTION RECHERCHE, FORMATION ET DÉVELOPPEMENT

OCTOBRE 2008

## **AUTEURS**

Jérôme Martinez, agent de recherche sociosanitaire  
Unité études et analyses de l'état de santé de la population, Institut national de santé publique du Québec

Laurie Paquette, agente de recherche sociosanitaire  
Unité études et analyses de l'état de santé de la population, Institut national de santé publique du Québec

## **SOUS LA COORDINATION DE**

Robert Choinière, chef, Unité études et analyses de l'état de santé de la population,  
Direction recherche, formation et développement, Institut national de santé publique du Québec

## **MISE EN PAGE**

Karlyne Guilbeault, agente administrative  
Hélène Fillion, agente administrative  
Unité études et analyses de l'état de santé de la population, Institut national de santé publique du Québec

*Ce document est disponible intégralement en format électronique (PDF) sur le site Web de l'Institut national de santé publique du Québec au : <http://www.inspq.qc.ca>.*

*Les reproductions à des fins d'étude privée ou de recherche sont autorisées en vertu de l'article 29 de la Loi sur le droit d'auteur. Toute autre utilisation doit faire l'objet d'une autorisation du gouvernement du Québec qui détient les droits exclusifs de propriété intellectuelle sur ce document. Cette autorisation peut être obtenue en formulant une demande au guichet central du Service de la gestion des droits d'auteur des Publications du Québec à l'aide d'un formulaire en ligne accessible à l'adresse suivante : <http://www.droitauteur.gouv.qc.ca/autorisation.php>, ou en écrivant un courriel à : [droit.auteur@cspq.gouv.qc.ca](mailto:droit.auteur@cspq.gouv.qc.ca).*

*Les données contenues dans le document peuvent être citées, à condition d'en mentionner la source.*

Dépôt légal – 4<sup>e</sup> trimestre 2008  
Bibliothèque et Archives nationales du Québec  
Bibliothèque et Archives Canada  
ISBN : 978-2-550-54557-6 (VERSION IMPRIMÉE)  
ISBN : 978-2-550-54558-3 (PDF)

© Gouvernement du Québec (2008)

## REMERCIEMENTS

Les travaux de recherche sur les approches et méthodes de projection présentés dans la première partie du document sont issus d'un précédent travail dirigé et financé par la Table de concertation nationale en Surveillance.

L'exemple de projection de mortalité pour le Canada et les provinces présenté dans la seconde partie du document est issu du mémoire de maîtrise intitulé *Projections de la mortalité pour le Canada, les provinces et les territoires 2003-2056 : comparaison de deux méthodes* (Paquette, 2006), réalisé au Département de démographie de l'Université de Montréal avec la collaboration et le soutien de la Division de la démographie de Statistique Canada.

Nous désirons remercier Dominique Fortin du Service de la surveillance de l'état de santé à la Direction générale de santé publique du ministère de la Santé et des Services sociaux, ainsi que Robert Bourbeau, directeur du Département de démographie à l'Université de Montréal, qui ont révisé certaines sections du document.



## RÉSUMÉ

Ce document comporte deux parties. La première fait d'abord un tour d'horizon des approches et des méthodes pour élaborer des scénarios prospectifs et calculer des projections. Puis, elle propose des balises qui, selon la situation et les objectifs à atteindre, permettent de cibler une approche et, au mieux, une méthode de projection la plus appropriée et, enfin, fournit un organigramme décisionnel simplifié pour faciliter ce choix. La deuxième partie présente un exemple pratique d'élaboration de scénarios prospectifs et de calcul de projections de la mortalité pour le Canada et les provinces à l'horizon 2031. Le processus d'élaboration et la méthodologie sont détaillés afin que l'exercice puisse être reproduit aisément. À cet effet, un rappel de toutes les étapes de calcul est présenté de façon schématique puis détaillée en annexe.

Ainsi, les approches présentées dans la première partie du document sont l'approche quantitative selon les familles de méthodes non-explicatives (extrapolations basées sur la tendance) et explicatives (modèles d'association statistique basés sur le processus), le recours aux jugements d'experts, le recours aux analogies, l'approche normative et finalement l'analyse de scénarios alternatifs. Pour faciliter le choix de l'approche et, idéalement, de la méthode la plus appropriée, il faut en premier lieu s'interroger sur l'horizon et l'univers de projection, la précision attendue ou encore la fréquence de cet exercice. Dans un second temps, il est déterminant d'évaluer la quantité et l'expertise des ressources, la richesse de la littérature, la disponibilité et la qualité des données. Ces réflexions permettent de restreindre assez rapidement l'éventail du choix. Et dans le cas de certains phénomènes étudiés depuis longtemps, ce choix s'impose à la condition que le contexte (la disponibilité des données, des ressources, de l'expertise, etc.) le permette. C'est le cas notamment des projections de mortalité globale dont un exemple pratique est présenté dans la seconde partie.

Les projections de la mortalité pour le Canada et les provinces canadiennes présentées dans la deuxième partie ont été calculées en utilisant la méthode de Li et Lee, variante de la méthode Lee-Carter. Cette méthode consiste à appliquer séparément deux modèles de projection de la mortalité, le *common factor model* et le *augmented common factor model* puis à choisir le plus approprié après comparaison des résultats obtenus. Dans le cadre de cet exercice, il ressort de cette comparaison que le *common factor model* répond le mieux aux objectifs : les résultats obtenus sont cohérents, autant par rapport à la mortalité observée que par rapport aux projections de mortalité officielles publiées par différents organismes statistiques au Canada et ailleurs dans le monde. Cet exercice pourrait être appliqué au contexte québécois afin de produire des projections de mortalité nationales et régionales, au niveau des régions sociosanitaires. Toutefois, les données nécessaires doivent être disponibles pour une période d'au moins trente ans et être suffisamment fiables. De plus, il pourrait s'avérer difficile de projeter la mortalité de régions de très petite taille. Enfin, cet exercice pourra servir de point de départ à l'élaboration de futurs scénarios prospectifs de la mortalité globale.





## TABLE DES MATIÈRES

<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>VII</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>IX</b>
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE</b> .....	<b>1</b>
<b>1 L'ÉLABORATION DE SCÉNARIOS PROSPECTIFS DE L'ÉTAT DE SANTÉ DE LA POPULATION</b> .....	<b>3</b>
1.1 Introduction .....	3
1.2 Les concepts .....	3
1.2.1 Les scénarios prospectifs .....	3
1.2.2 L'état de santé de la population.....	4
1.3 Les approches et méthodes de projection.....	5
1.3.1 L'approche quantitative .....	6
1.3.2 Le recours aux jugements d'experts.....	10
1.3.3 Le recours aux analogies .....	10
1.3.4 L'approche normative .....	10
1.3.5 L'analyse de scénarios alternatifs .....	11
1.3.6 Le tableau synthèse .....	11
1.4 Quelle méthode choisir? Quelques balises pour le choix de la méthode .....	11
1.4.1 Les éléments importants à considérer pour établir nos objectifs.....	13
1.4.2 Les éléments importants à considérer pour dresser le portrait de la situation .....	14
1.5 L'algorithme décisionnel pour faciliter le choix de la méthode.....	16
1.6 Conclusion.....	18
<b>2 EXEMPLE DE PROJECTIONS DE LA MORTALITÉ POUR LE CANADA ET LES PROVINCES À L'HORIZON 2031</b> .....	<b>19</b>
2.1 Introduction.....	19
2.2 Le contexte et les méthodes appropriées.....	19
2.2.1 L'objectif est-il normatif?.....	19
2.2.2 Les ressources sont-elles importantes et de grande expertise disponibles?.....	20
2.2.3 Les projections sont-elles à long terme? .....	20
2.2.4 Les données sont-elles disponibles et de qualité? .....	20
2.2.5 L'exercice doit-il être répété fréquemment? .....	20
2.2.6 Les méthodes appropriées .....	20
2.3 Le choix de la méthode .....	22
2.4 Les concepts et données.....	22
2.5 Les sources des données.....	24
2.5.1 L'effectif des décès.....	24
2.5.2 L'effectif des naissances .....	24

2.5.3	L'effectif de la population .....	24
2.5.4	La qualité des données .....	24
2.6	L'application de la méthode.....	25
2.6.1	La méthode originale : Lee-Carter.....	25
2.6.2	Méthode de Li et Lee : augmented common factor LC method .....	25
2.6.3	Le calcul des espérances de vie à la naissance observées, modélisées et projetées .....	34
2.7	Les résultats .....	37
2.7.1	L'analyse des paramètres des modèles de projection de la mortalité.....	37
2.7.2	L'analyse de l'espérance de vie projetée pour le Canada et par provinces.....	41
2.7.3	L'analyse de l'espérance de vie projetée par sexe pour le Canada et les provinces .....	42
2.7.4	Le choix du modèle de projection approprié pour le Canada et par province.....	43
2.7.5	Les projections de mortalité pour le Canada, à l'échelon national et provincial .....	46
2.7.6	Les comparaisons des projections de mortalité .....	52
2.8	Conclusion.....	58
	<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>59</b>
	<b>RÉFÉRENCES .....</b>	<b>61</b>
	<b>ANNEXE 1 ÉTAPES DE CALCULS .....</b>	<b>65</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Avantages et inconvénients des principales approches et familles de méthodes de projection.....	12
Tableau 2.1	Écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité, selon le sexe.....	41
Tableau 2.2	Écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité, Canada et provinces.....	42
Tableau 2.3	Indices ou « <i>explanation ratios</i> » des hommes, Canada et provinces, période 1971-2002.....	43
Tableau 2.4	Indices ou « <i>explanation ratios</i> » des femmes, Canada et provinces, période 1971-2002.....	44
Tableau 2.5	Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité pour les hommes, Canada et provinces.....	44
Tableau 2.6	Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité pour les femmes, Canada et provinces.....	45
Tableau 2.7	Espérances de vie à la naissance observées en 2002 et projetées en 2031 avec le <i>common factor model</i> et les intervalles de confiance à 95 %, par provinces, hommes.....	50
Tableau 2.8	Espérances de vie à la naissance observées en 2002 et projetées en 2031 avec le <i>common factor model</i> et les intervalles de confiance à 95 %, par provinces, femmes.....	50
Tableau 2.9	Écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance, observé en 2002 et projeté en 2031, selon la province.....	52
Tableau 2.10	Écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec le <i>common factor model</i> et la méthode Lee-Carter, selon le sexe.....	53



## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	De l'élaboration de scénarios prospectifs aux projections .....	4
Figure 1.2	Différents exemples de séries chronologiques .....	8
Figure 2.1	Algorithme décisionnel appliqué au contexte de l'exercice de projection de mortalité pour le Canada et les provinces canadiennes .....	21
Figure 2.2	Profil moyen de la mortalité masculine selon l'âge ( $a_x$ ), Canada et provinces, période 1971-2002.....	38
Figure 2.3	Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du <i>common factor model</i> ( $B_x$ ), pour le Canada, sexes réunis.....	39
Figure 2.4	Niveau de la mortalité au temps $t$ modélisé (1971-2002) et projeté (2003-2031) avec le <i>common factor model</i> ( $K_t$ ), pour le Canada, sexes réunis .....	40
Figure 2.5	Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le <i>common factor model</i> et les intervalles de confiance à 95 %, Canada, hommes.....	47
Figure 2.6	Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le <i>common factor model</i> et leur intervalle de confiance à 95 %, Canada, femmes.....	48
Figure 2.7	Espérances de vie à la naissance observées (1971-2002) et projetée (2003-2031) avec le <i>common factor model</i> et les intervalles de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada .....	48
Figure 2.8	Gains annuels moyens de l'espérance de vie à la naissance observés (1925-1934 à 1995-2002) et projetés (2005-2014 à 2025-2031) avec le <i>common factor model</i> , par période de dix ans, selon le sexe, Canada .....	49
Figure 2.9	Espérances de vie à la naissance observées (1921-2002), projetées avec le <i>common factor model</i> et les intervalles de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée par Statistique Canada (1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001), selon le sexe, Canada .....	54
Figure 2.10	Espérances de vie à la naissance observées (1971-2002), projetées avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée, selon deux scénarios, par l'Institut de la Statistique du Québec (2025), selon le sexe, Québec.....	55
Figure 2.11	Espérances de vie à la naissance observées au Canada (1971-2002), aux États-Unis (1999), en France (2000), au Japon (2000) et au Royaume-Uni (2000), projetées avec le <i>common factor model</i> et les intervalles de confiance à 95 % pour le Canada (2003-2031) et projetée pour les États-Unis (2025), la France (2030), le Japon (2031) et le Royaume-Uni (2031), selon le sexe.....	57



## INTRODUCTION GÉNÉRALE

La Loi de santé publique (LSP – L.R.Q., chapitre S-2.2 a. 33, décembre 2001) énonce six finalités de la surveillance au Québec. De ces six finalités, trois sont bien intégrées dans les activités de surveillance :

- dresser un portrait global de l'état de santé de la population;
- observer les tendances et les variations temporelles et spatiales et suivre l'évolution au sein de la population de certains problèmes spécifiques de santé et de leurs déterminants.

Les trois autres sont nettement moins ancrées dans les pratiques mais sont en voie de renforcement, il s'agit de :

- détecter des problèmes en émergence;
- identifier des problèmes prioritaires et élaborer des scénarios prospectifs de l'état de santé de la population.

En ce qui a trait à ces trois dernières finalités, la Table de concertation nationale en Surveillance (TCN-S) a récemment réalisé des travaux. Le rapport *Repères pour l'application de pratiques liées aux objectifs de surveillance en voie de renforcement au Québec* (Corbeil et al., 2007) que la TCN-S a dirigé présente les façons de faire et les méthodes recensées relativement à ces finalités. Il constitue une première étape vers le renforcement de ces pratiques. La seconde étape à franchir est la réalisation concrète de travaux s'inscrivant dans ces trois dernières finalités de la surveillance.

Le présent document s'inscrit donc dans cette lancée en proposant une démarche détaillée pour calculer des projections de la mortalité globale pour le Canada et ses provinces. Cette démarche pourrait, sous certaines conditions, être transposable au contexte du Québec et de ses régions sociosanitaires.





# **1 L'ÉLABORATION DE SCÉNARIOS PROSPECTIFS DE L'ÉTAT DE SANTÉ DE LA POPULATION**

## **1.1 INTRODUCTION**

Après une brève présentation des concepts de « scénarios prospectifs » et d' « état de santé de la population », cette partie offre un tour d'horizon descriptif des principales approches et méthodes que l'on retrouve derrière l'exercice d'élaboration de scénarios prospectifs de l'état de santé de la population. Devant le vaste corpus de méthodes qui ont été développées, elle propose des balises afin d'orienter le choix de la méthode en fonction des objectifs établis.

Précisons ici que l'expression « scénarios prospectifs » a une connotation quantitative et est étroitement associée aux projections statistiques. Dans les faits, cette vision quantitative des projections est la plus répandue. Les méthodes de projections statistiques sont d'ailleurs très nombreuses. Mais, il existe également d'autres approches et méthodes moins connues pour élaborer des scénarios prospectifs et projeter des données, particulièrement liées avec l'état de santé de la population.

## **1.2 LES CONCEPTS**

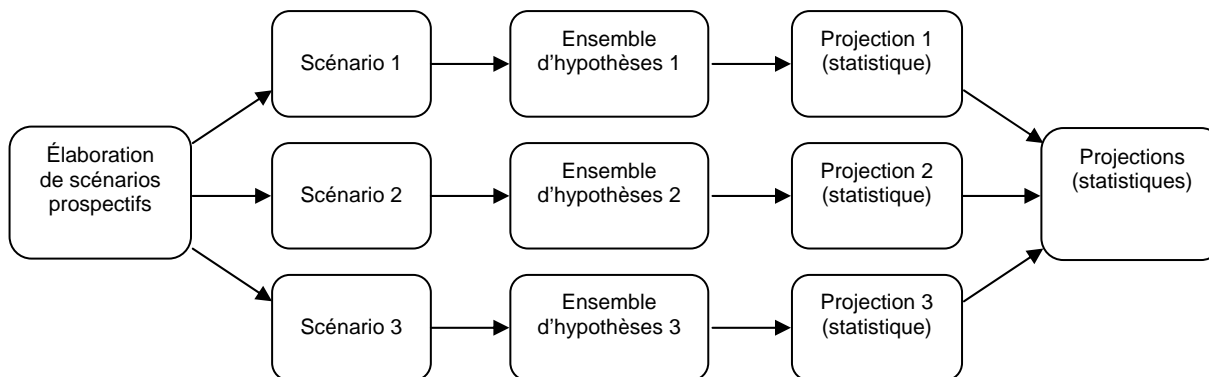
Il est important de bien saisir et définir les concepts « scénarios prospectifs » et « état de santé de la population ».

### **1.2.1 Les scénarios prospectifs**

Communément, les scénarios prospectifs sont étroitement associés à des projections statistiques. Dans la littérature même, souvent les termes « scénarios » et « projections » sont utilisés de façon interchangeable.

En réalité, les scénarios prospectifs font référence à l'exercice en amont des projections. Plus exactement, les scénarios prospectifs constituent une réflexion sur plusieurs ensembles d'hypothèses formulées sur les éléments incertains. Les projections (statistiques) sont alors le résultat de ces scénarios et reflètent les différents ensembles d'hypothèses.

**Figure 1.1 De l'élaboration de scénarios prospectifs aux projections**



Ainsi, les scénarios prospectifs représentent des « histoires » sur plusieurs avenir possibles, mais pas forcément probables. Bien que l'on cherche la plupart du temps à déterminer l'avenir le plus probable, il est périlleux de se baser sur une projection reflétant un scénario unique. C'est pourquoi, en général, on retrouve dans la littérature plusieurs projections basées sur plusieurs scénarios (Lee, 1998; Alho et Spencer, 1990), le plus souvent selon une échelle à trois degrés : scénario « optimiste », scénario « moyen », scénario « pessimiste »; scénario « forte croissance », scénario « croissance moyenne », scénario « faible croissance »; etc. Les scénarios, dont les hypothèses sont les plus extrêmes, constituent en quelque sorte l'intervalle de confiance, ou marge d'erreur, autour du scénario moyen, aussi appelé scénario de référence (Pelletier, 2005).

### 1.2.2 L'état de santé de la population

Il existe de nombreuses définitions de l'état de santé de la population. Toutefois, on retrouve un consensus au fait que ce concept dépasse largement la simple présence ou absence de maladie et embrasse de nombreuses dimensions reliées à l'accomplissement social et au bien-être tant physique que mental des individus.

Ainsi, dès 1946, l'Organisation mondiale de la santé (OMS) précise que « La santé est un état de complet bien-être physique, mental et social, et ne consiste pas seulement en une absence de maladie ou d'infirmité » (OMS, 1946). Mentionnons également que pour certains, la santé est également liée à la résilience des individus : « la capacité des gens de s'adapter ou de réagir aux difficultés comme aux changements ou de les contrôler » (Frankish et al., 1996).

Au Canada, telle qu'en témoigne la définition de la santé proposée par l'Agence de santé publique du Canada (ASPC), la vision pluridimensionnelle de la santé est également partagée mais est aussi élargie à la capacité de développement de l'individu et à son accomplissement social : « La santé... une capacité, une ressource... la capacité de la personne de poursuivre ses objectifs, d'acquérir des compétences et de l'instruction, de se développer. » (ASPC, 2007).

Dans le contexte de la surveillance de l'état de santé de la population, une façon opérationnelle – mais aussi plus restrictive – de cerner ce large concept d' « état de santé de la population », consiste à le segmenter en grandes dimensions. Ainsi, en surveillance, l'élaboration de scénarios prospectifs de l'état de santé de la population porte plus spécifiquement sur les :

- population et différentes composantes démographiques (accroissement naturel, accroissement migratoire);
- caractéristiques socioéconomiques (revenu, scolarité, emploi);
- mortalité globale et différentes causes de mortalité;
- incidence et la prévalence de problèmes de santé (maladies chroniques, troubles mentaux, etc.) et de facteurs de risque (tabagisme, sédentarité, etc.);
- ressources liées au système de soins et aux services sociaux (disponibilité des lits dans les hôpitaux, nombre d'interventions d'un service social, etc.).

Dans les faits, la majeure partie des projections publiées portent sur la mortalité globale et la population. Historiquement, ces deux dimensions sont depuis des siècles au centre de l'intérêt des chercheurs et ont bénéficié du plus grand nombre de recherches et de développements de méthodes de projections. Les projections de population et, de façon corollaire, de mortalité globale (puisque'elle constitue une composante démographique majeure de l'évolution de la population) ont en effet toujours constitué un élément stratégique pour les gouvernements, les chercheurs ainsi que les entreprises. Ainsi, on retrouve souvent de telles projections au cœur de la planification de grands projets d'infrastructures, de l'organisation du système de soins et de services sociaux ou du système de retraite. Les entreprises les utilisent également, par exemple pour anticiper la percée de certains marchés ou encore pour établir les coûts et les primes d'assurances vie.

### **1.3 LES APPROCHES ET MÉTHODES DE PROJECTION**

Il existe un très grand nombre de méthodes de projection et de variantes de celles-ci, autant pour ainsi dire, que d'objets de surveillance (de phénomènes) à projeter et de contextes différents. La raison en est simple : quelle que soit la méthode retenue, celle-ci doit fréquemment être adaptée pour être applicable (disponibilité et qualité des données, échelle d'analyse, etc.) et produire des projections fiables.

Ainsi, tant la multiplicité que la spécificité des méthodes de projection constituent un premier obstacle à l'exercice d'élaboration de scénarios prospectifs. Toutefois, comme nous le verrons, certaines balises et contraintes permettent de faciliter considérablement le choix de la méthode de projection la plus appropriée au contexte de l'exercice.

Bien que nombreuses et spécifiques, les méthodes de projection présentent certains grands traits communs. Selon ceux-ci, elles peuvent être regroupées en familles de méthodes reflétant des approches différentes de l'exercice d'élaboration de scénarios prospectifs.

Dans la littérature et le discours commun, les expressions « scénarios prospectifs » et « projection » ont une connotation quantitative. Toutefois, l'approche quantitative, bien que la plus répandue, n'en est qu'une parmi d'autres. Dans l'ensemble, on retrouve cinq types d'approches :

- l'approche quantitative;
- le recours aux jugements d'experts;
- le recours aux analogies;
- l'approche normative;
- l'analyse de scénarios alternatifs.

Ces approches, quoique distinctes quant à l'élaboration des scénarios prospectifs, ne sont pas mutuellement exclusives. À bien des égards des recoupements existent entre elles, mais aussi entre les méthodes de projection. Par exemple, le choix d'un paramètre dans un modèle quantitatif relève souvent du jugement d'un ou de plusieurs experts. De même, la valeur cible à atteindre ou à éviter dans le cas d'une approche normative est normalement établie par eux.

Mentionnons enfin que le terme « approche » est utilisé ici pour faire référence à une façon d'aborder l'élaboration de scénarios prospectifs. Les approches ne sont donc pas des méthodes et si certaines peuvent déboucher sur un vaste choix de méthodes de projection (c'est le cas par exemple lorsque l'on décide d'adopter une approche quantitative) d'autres en revanche offrent un choix restreint (par exemple, le recours aux jugements d'experts ou l'approche normative), voire aucune méthode (c'est le cas du recours aux analogies).

### **1.3.1 L'approche quantitative**

Elle fait référence à l'ensemble des méthodes de projection mathématiques et statistiques. Les scénarios prospectifs reflètent alors différentes hypothèses relatives à certains paramètres clés des modèles mathématiques et statistiques.

La gamme de méthodes quantitatives est très large, et va de la simple extrapolation à des modèles statistiques très complexes. Il est néanmoins possible de les classer en deux grandes familles qui seront décrites ultérieurement : la famille des méthodes non-explicatives basées sur la tendance et celle des méthodes explicatives axées autour des processus (biologiques et épidémiologiques, notamment) (Cho-Min-Naing, 2002; Tabeau et al., 2001 et Willekens, 2001).

#### *1.3.1.1 Les méthodes non-explicatives basées sur la tendance*

Ces méthodes trouvent essentiellement leur fondement dans la démographie. Quoique de complexité très variable, elles sont toutes basées sur des formes d'extrapolation de tendances. Le temps est donc l'élément central de ces méthodes. Le fondement qui sous-tend celles-ci est que « le passé est garant de l'avenir » et conséquemment, l'analyse de tendances passées permettrait de prévoir les tendances à venir.

Ces méthodes sont dites « non-explicatives » car elles sont orientées par les données<sup>1</sup> et non axées sur la compréhension du phénomène. Ainsi, lors des analyses elles ne requièrent et n'intègrent que les données historiques relatives à l'objet de surveillance que l'on désire projeter. Ces données historiques désignent ce que l'on appelle les « séries chronologiques ».

Une série chronologique est une séquence d'observations ordonnée en fonction du temps dont l'ordre des observations est déterminant (Wei, 1994). Une série chronologique peut être décomposée en quatre éléments : la tendance, le mouvement saisonnier, le cycle et le résidu. La combinaison par la présence ou l'absence d'un ou plusieurs de ces éléments forme des types particuliers de séries chronologiques qui requièrent des méthodes d'analyse adaptées. Un corps important de ces différentes méthodes d'analyse est composé du lissage exponentiel et de l'agencement de modèles autorégressifs (AR<sup>2</sup>) et de moyennes mobiles (MA<sup>3</sup>), soit, entre autres, les modèles mieux connus sous les sigles anglais AR, MA, ARMA<sup>4</sup>, ARIMA<sup>5</sup> ou encore SARIMA<sup>6</sup> (Wei, 1994).

Enfin, il est important de mentionner que le recours aux méthodes d'analyse de séries chronologiques permet, dans un premier temps, de modéliser la série d'observations passées. Par la suite, ces méthodes peuvent être appliquées pour projeter les tendances à venir. Mais à ce stade, il est également possible d'utiliser d'autres méthodes que celles mentionnées précédemment pour calculer les projections.

---

<sup>1</sup> En anglais : data driven methods.

<sup>2</sup> Sigle anglais pour « Autoregressive ». Les modèles autorégressifs supposent que chaque point peut être prédit par la somme pondérée d'un ensemble de points précédents, plus un terme aléatoire d'erreur.

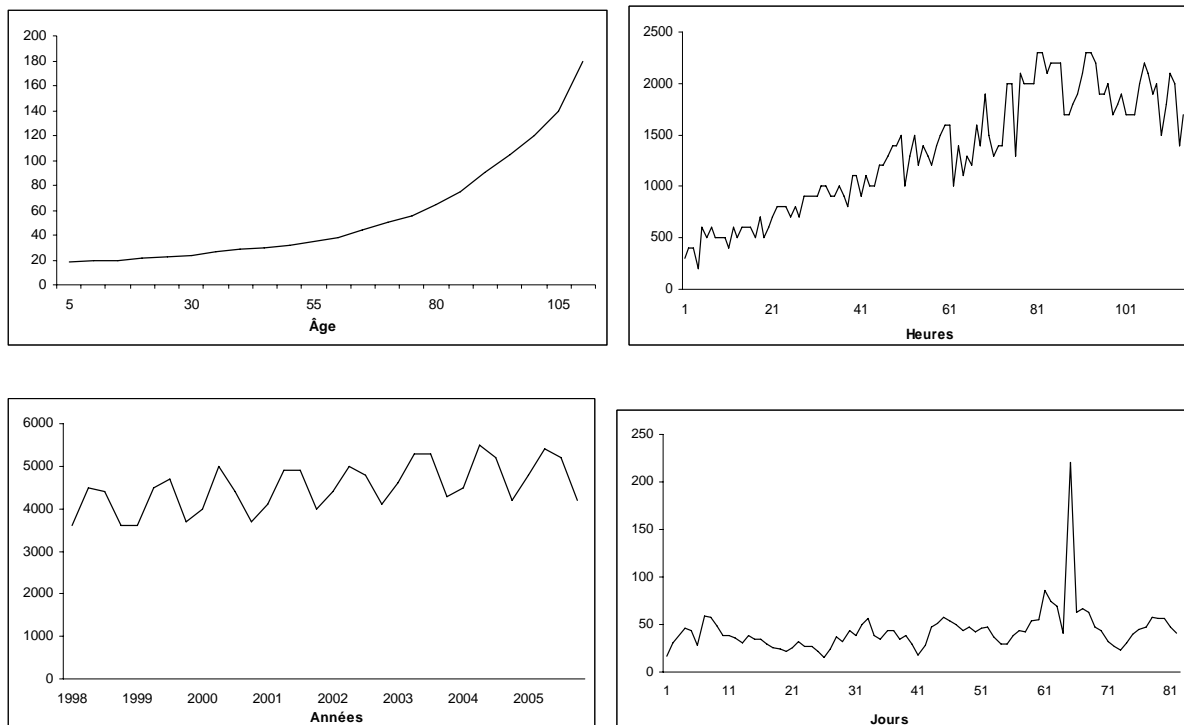
<sup>3</sup> Sigle anglais pour « Moving Average ». Les modèles de moyennes mobiles supposent que chaque point est fonction des erreurs inhérentes aux points précédents, plus sa propre erreur.

<sup>4</sup> Sigle anglais pour « Autoregressive Moving Average ».

<sup>5</sup> Sigle anglais pour « Autoregressive, Integrated, Moving Average ».

<sup>6</sup> Sigle anglais pour « Seasonal, Autoregressive, Integrated, Moving Average ».

**Figure 1.2** Différents exemples de séries chronologiques



Source : données fictives, tirées et adaptées de Wei (1994), p. 2.

### 1.3.1.2 Les méthodes explicatives axées autour des processus

Contrairement aux méthodes non-explicatives, les méthodes de projection dites « explicatives » sont basées sur le processus, c'est-à-dire la compréhension du phénomène projeté (l'objet de surveillance) et ses relations avec d'autres phénomènes : le processus.

Ces méthodes ont été développées et utilisées par des personnes provenant de diverses disciplines — la démographie, l'actuariat, la médecine ou encore l'épidémiologie (Keyfitz, 1982) —, dont l'empreinte reste marquante sur la façon d'analyser et de comprendre un phénomène. Les démographes et les actuaires abordent plutôt le phénomène en le considérant de façon isolée et se concentrent davantage sur le processus interne au phénomène. Les méthodes développées dans cette perspective forment ce que l'on nomme de façon plus générique les modèles paramétriques. Les épidémiologistes, quant à eux, cherchent généralement à comprendre et à déterminer les relations causales (étiologiques) entre le comportement du phénomène étudié et certains facteurs. L'analyse porte alors tant sur les processus internes, qu'externes au phénomène. Les modèles d'association statistique et, plus récemment, les modèles dynamiques d'états multiples (Van den Berg Jeths et al., 2001), traduisent bien cette façon d'aborder la compréhension du phénomène.

En démographie, les modèles paramétriques ont été élaborés essentiellement autour de l'étude de la mortalité et du processus du vieillissement. Depuis celui de De Moivre en 1725, les modèles paramétriques ont connu un essor important et se sont peu à peu étendus vers d'autres phénomènes que la mortalité et le vieillissement, comme l'incidence du cancer par exemple. Certains, tel celui de Gompertz en 1825 relatif à la mortalité, ou celui de Weibull en 1939 appliqué à la modélisation de l'incidence de tumeurs malignes, bien qu'imparfaits, servent toujours d'assise majeure à des modèles de projection récents (Tabeau et al., 2001).

Les modèles d'association statistique reposent sur l'utilisation de régressions statistiques. Ils cherchent à expliquer une variable dépendante, en l'occurrence, le phénomène étudié, par la combinaison et l'association de variables indépendantes, soit les facteurs internes ou externes au phénomène. Selon le phénomène étudié, différents types de régressions peuvent être utilisés (régressions logistiques, régressions de Poisson, etc.) (Van den Berg Jeths et al., 2001).

Le développement des modèles dynamiques d'états multiples, qui consistent en de véritables micro-simulations, a été facilité par l'augmentation de la puissance de calcul informatique. Ces modèles représentent un pas en avant comparativement aux modèles d'association statistique. Ils reposent également, pour l'essentiel, sur des régressions statistiques, mais visent à décrire et à modéliser la transition d'un état (par exemple, un individu en bonne santé) vers un autre état (par exemple, le décès de l'individu par cardiopathie ischémique). Le corpus épidémiologique théorique et empirique sous-jacent à ces modèles est donc très important (Van den Berg Jeths et al., 2001).

Enfin, de même que pour les méthodes basées sur la tendance, ces différents modèles servent avant tout à modéliser le processus du phénomène que l'on désire projeter. C'est le cœur de l'exercice. Une fois la modélisation mathématique réalisée et optimisée, ce sont généralement d'autres méthodes, souvent des méthodes d'extrapolation (basées sur la tendance), qui sont ensuite utilisées pour projeter certains paramètres du modèle dans le temps.

### **1.3.2 Le recours aux jugements d'experts**

Le jugement d'un ou de plusieurs experts peut intervenir à différents niveaux lors de l'élaboration de scénarios prospectifs et de la réalisation de projections. Par exemple, les projections peuvent être entièrement estimées sur la base de leurs connaissances théoriques et empiriques. De tels jugements peuvent aussi porter uniquement sur un paramètre dans un modèle statistique.

Dans les situations de recours aux jugements de plusieurs experts, la difficulté repose sur l'entente entre les experts. Dans ce contexte, certaines méthodes ont été développées pour traiter les différents jugements d'experts. La méthode Delphi, la plus répandue, permet ainsi de déterminer les points de consensus ainsi que ceux de divergence. Bien que cette méthode n'ait pas été conçue spécifiquement pour analyser les jugements d'experts à des fins de projection, elle a souvent été utilisée à cet effet. À l'origine, cette méthode a été développée dans le cadre d'études de faisabilité de projets pour lesquels les incertitudes étaient nombreuses (*Wall-On-Line* : l'e-gouvernement wallon, 2007).

### **1.3.3 Le recours aux analogies**

Le recours aux analogies, relativement rare, consiste essentiellement en la recherche d'analogies qui servent de points de repères ou de base comparative pour la réalisation de projections. Ces analogies peuvent être de différentes natures selon le contexte : historiques, socioéconomiques, étiologiques, géographiques, etc. Il n'existe pas réellement de méthode rattachée à cette approche. Selon le cas, le recours à des analogies permet d'établir directement des projections, d'évaluer la plausibilité de projections ou encore d'estimer certains paramètres de modèles quantitatifs de projections.

### **1.3.4 L'approche normative**

Également rarement appliquée, l'approche normative présente l'originalité de considérer l'élaboration de scénarios prospectif à rebours. Autrement dit, elle consiste à partir d'une situation future désirée ou appréhendée et à revenir progressivement vers la situation présente, en cherchant à identifier les événements, tendances ou actions qui permettraient d'atteindre ou d'éviter ce point futur. Les méthodes permettant cet exercice sont de deux natures : quantitative ou qualitative. Celles de nature quantitative consistent principalement en différentes formes d'interpolations mathématiques (procédé inverse des extrapolations). Elles nécessitent donc un objectif futur projeté, qui servira de point de départ, établi *a priori* sur la base de jugements d'experts. Les méthodes qualitatives sont généralement utilisées lorsque la situation future désirée ou appréhendée n'est pas quantifiée ou quantifiable. Dans de telles situations, la méthode Delphi est encore une fois la méthode principalement utilisée car le recours aux jugements de plusieurs experts est souvent nécessaire.



### **1.3.5 L'analyse de scénarios alternatifs**

Bien que l'analyse de scénarios alternatifs est peu répandue dans le domaine de la santé publique, elle l'est davantage depuis les années 1960 dans d'autres domaines tels que la gestion d'entreprise, l'économie ou encore la finance. L'objectif de cette approche n'est pas de prédire le futur pour un horizon donné, avec une certaine marge d'erreur, mais plutôt de fournir différents scénarios vraisemblables de cet avenir, sans en identifier un comme étant le plus probable. Elle vise à préparer les planificateurs et décideurs aux changements envisageables dans leur environnement et à agir en conséquence. Elle se distingue ainsi de la planification qui cherche plutôt à définir l'avenir le plus probable (Puentes-Markides et Garrett, 1996).

L'analyse de scénarios alternatifs est intéressante puisqu'elle est, en quelque sorte, transversale à toutes les approches décrites précédemment. Elle peut ainsi être quantitative, intégrer des jugements d'experts, recourir à des analogies et être appliquée dans une perspective normative. Par définition cette approche peut également recourir à de nombreuses méthodes de projection.

La force principale de cette approche réside dans le fait qu'elle permette une bonne compréhension du phénomène et de la situation présente. Comparativement aux autres approches, notamment celle quantitative, elle est aussi plus souple et peut plus facilement intégrer des incertitudes.

### **1.3.6 Le tableau synthèse**

Le tableau 1.1 à la suivante présente un résumé des avantages et inconvénients des diverses approches d'élaboration de scénarios prospectifs abordées précédemment dans le document. Dans le cas de l'approche quantitative il fournit également ces informations pour les familles de méthodes non-explicatives et explicatives.

## **1.4 QUELLE MÉTHODE CHOISIR? QUELQUES BALISES POUR LE CHOIX DE LA MÉTHODE**

Devant les multiples perspectives d'approche et le lot de méthodes de projection, il peut sembler déroutant de s'orienter vers l'approche la plus appropriée et plus difficile encore de choisir la méthode qui convient le mieux à nos objectifs. Il est alors légitime de se poser la question : « existe-t-il une approche recommandée ou une méthode meilleure que les autres? ». La réponse est non. En fait, pour certains objectifs et dans certaines situations, certaines approches et certaines méthodes peuvent être tout à fait appropriées, alors que pour d'autres objectifs ou d'autres situations celles-ci se révéleraient totalement inadéquates. La première étape consiste donc à déterminer nos objectifs et ensuite à dresser un portrait de la situation. Pour ce faire, il faut considérer certains éléments importants et se poser plusieurs questions à leur sujet.

**Tableau 1.1 Avantages et inconvénients des principales approches et familles de méthodes de projection**

Approche	Avantages	Inconvénients
<b>Approche quantitative</b> <i>Famille des méthodes</i>		
Méthodes non-explicatives	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Certaines méthodes sont relativement simples à concevoir</li> <li>– Assez précises à court et moyen termes</li> <li>– Nécessitent peu de ressources</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Certaines méthodes sont complexes à concevoir</li> <li>– Inaptes à prévoir et intégrer les incertitudes</li> <li>– Peu fiables à long terme</li> <li>– Nécessitent en général une expertise importante</li> <li>– Ne permettent pas l'identification de changements à venir dans les tendances</li> </ul>
Méthodes explicatives	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Précises à court et moyen termes</li> <li>– Assez fiables à plus long terme</li> <li>– Flexibilité dans les tests et paramètres</li> <li>– Intégration de certaines incertitudes</li> <li>– Permettent d'anticiper des changements de tendances</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Complexes à concevoir</li> <li>– Nécessitent des ressources et expertises importantes</li> <li>– Nécessitent plus de données</li> <li>– Sensibles à la propagation d'erreurs</li> </ul>
<b>Recours aux analogies</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Nécessite peu de ressources</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Peu documentée</li> <li>– Fiabilité incertaine</li> </ul>
<b>Approche normative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Approche proactive</li> <li>– Permet une bonne planification</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Peu documentée</li> <li>– Projections désirées</li> </ul>
<b>Recours aux jugements d'experts</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Assez fiable à court terme</li> <li>– Assez facile à concevoir</li> <li>– Permet de prévoir et intégrer certaines incertitudes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Fiabilité incertaine à moyen et long termes</li> <li>– Nécessite un consensus</li> </ul>
<b>Analyse de scénarios alternatifs</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Assez fiable à moyen et long termes</li> <li>– Transversalité avec les autres approches</li> <li>– Recours à plusieurs méthodes possible</li> <li>– Bonne compréhension et illustration du phénomène étudié</li> <li>– Permet de prévoir et intégrer certaines incertitudes</li> <li>– Permet une bonne planification</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Complexe et lourde à concevoir</li> <li>– Nécessite de nombreuses ressources</li> <li>– Peu d'exemples en santé publique sur lesquels s'appuyer</li> <li>– Trop lourde à concevoir pour des projections à court terme</li> </ul>

#### **1.4.1 Les éléments importants à considérer pour établir nos objectifs**

Il est nécessaire, de bien définir et circonscrire l'objet à projeter, l'horizon de projection (5, 10, 20 ans, etc.), l'univers (géographique, groupes de population visés), la précision désirée des projections et la fréquence souhaitée de l'exercice de projection. Ces premières considérations sont déterminantes pour estimer le type de scénarios à concevoir, l'approche à adopter et les méthodes pouvant être appliquées, les données, les ressources et l'expertise nécessaires, soit, en d'autres termes, pour établir les besoins en fonction des objectifs.

##### *1.4.1.1 L'horizon de projection*

Désire-t-on réaliser des projections à court, moyen ou long terme? En général, en surveillance on entend par horizon à court terme moins de cinq années, horizon à moyen terme, de cinq à quinze ans, et horizon à long terme, plus de quinze ans. Toutefois, dans certains domaines, ces durées peuvent être différentes. Par exemple, dans le domaine des maladies infectieuses, les termes sont généralement beaucoup plus courts (Dr-Cho-Min-Naing, 2002) : court terme, moins de trois mois; moyen terme, trois mois à deux ans et long terme, plus de deux ans.

L'horizon de projection joue un rôle majeur dans le choix de l'approche et de la méthode de projection. En effet, plus l'horizon de projection est lointain, plus les incertitudes sont nombreuses et le risque d'erreur est important (Pelletier, 2005). Dans ce cas, il est préférable d'adopter une approche et une méthode permettant de tenir compte des incertitudes et d'estimer le plus précisément possible la marge d'erreur.

##### *1.4.1.2 L'univers des projections*

Il importe de bien préciser l'univers sur lequel vont porter les projections. Désire-t-on projeter des données à l'échelle de l'ensemble de la province, pour chacune des régions sociosanitaires ou encore pour chaque centre de santé et de services sociaux? Par ailleurs, l'univers n'est pas seulement géographique. Il concerne également les groupes de la population visés. Vise-t-on l'ensemble de la population, les hommes et les femmes séparément, certains groupes d'âge particuliers ou encore les personnes les plus défavorisées?

Ces questions sont importantes puisqu'elles déterminent le niveau de détail nécessaire des données à utiliser, de même qu'elles permettent d'ores et déjà d'envisager la puissance statistique et la précision des projections. Attention toutefois au niveau de détail : généralement, plus l'échelle déterminée est fine et le groupe de la population restreint, plus les projections risquent d'être imprécises.

### 1.4.1.3 *La précision des projections*

Souhaite-t-on obtenir une image approximative du futur ou des données détaillées accompagnées de mesures de précision? Cette décision est importante pour guider le choix de l'approche et de la méthode d'élaboration de scénarios prospectifs. En effet, opter pour des projections avec un niveau élevé de précision devrait préférablement orienter le choix vers l'approche quantitative ou l'analyse de scénarios alternatifs. À l'inverse les autres approches peuvent tout à fait convenir à des projections que l'on désire approximatives, donnant seulement une idée générale de la tendance ou de l'ampleur du phénomène à prévoir.

Enfin, on devrait envisager des projections moins précises lorsque celles-ci portent sur des univers et des groupes de la population restreints, et *vice versa*.

### 1.4.1.4 *La fréquence de l'exercice de projection*

Désire-t-on réaliser cet exercice une seule fois, tous les dix ans, tous les cinq ans, chaque année ou encore à une fréquence plus élevée? Réaliser des projections représente la plupart du temps un exercice exigeant en termes de ressources humaines. Si cet exercice doit être répété fréquemment, il est alors préférable d'opter pour des approches et méthodes dont certaines étapes peuvent être automatisées en totalité ou en partie. Toutefois, une approche plus exigeante en termes de ressources, telle que l'analyse de scénarios alternatifs, peut tout à fait être envisagée pour un exercice de projection de grande ampleur mais occasionnel.

## 1.4.2 **Les éléments importants à considérer pour dresser le portrait de la situation**

Pour dresser le portrait de la situation il faut identifier les éléments dont nous disposons satisfaisant aux besoins nécessaires pour répondre à nos objectifs d'élaboration de scénarios prospectifs ou, à l'inverse, imposant des contraintes en regard de ces objectifs. Certains éléments doivent donc être considérés : les ressources, la littérature et les données disponibles.

### 1.4.2.1 *Les ressources disponibles*

Le premier élément à considérer, décisif dans le choix de l'approche et de la méthode de projection, est la disponibilité des ressources. Mais si la disponibilité des ressources est un élément important, leur expertise l'est tout autant.

Certaines approches et méthodes sont beaucoup plus exigeantes que d'autres en termes de ressources humaines mais aussi en ce qui concerne leur expertise relativement à la connaissance du phénomène à projeter ainsi qu'aux aspects méthodologiques. Ainsi, l'analyse de scénarios alternatifs et les familles de méthodes de modélisations chronologiques et épidémiologiques forment généralement le corps des approches et méthodes les plus longues à concevoir et exigeant un niveau d'expertise élevé. D'autres approches, telles que le recours aux analogies ou aux jugements d'experts, peuvent être moins astreignantes mais nécessitent néanmoins une expertise importante. Les méthodes

d'extrapolation simples requièrent généralement moins de ressources et d'expertise et peuvent donner des résultats assez rapidement, préférablement pour des projections à un horizon proche.

La disponibilité et l'expertise des ressources permettent ainsi de rapidement orienter le choix de l'approche et de la méthode à adopter. Il est toutefois important de garder à l'esprit que les méthodes plus exigeantes en ressources sont aussi celles qui le plus souvent fournissent les projections les plus fiables à un horizon plus lointain. Inversement, pour un exercice de projection à court terme, trois ans par exemple, il n'est pas forcément nécessaire de recourir à des méthodes très complexes et accaparantes en termes de ressources.

#### *1.4.2.2 La littérature disponible*

La littérature présente-t-elle des exemples d'études et de projections pour le même phénomène que je désire projeter? Pour des phénomènes similaires? Pour des univers comparables? À des niveaux de détail équivalents?

Ce sont autant de questions auxquelles une revue de littérature peut apporter des éléments de réponse. Celle-ci s'avère donc utile pour :

- bien comprendre le phénomène étudié;
- avoir une idée globale de l'éventail des méthodes qui ont été utilisées pour projeter ce phénomène;
- cerner les limites inhérentes aux méthodes, mais aussi au phénomène;
- éviter la duplication de travaux déjà réalisés.

La revue de littérature est également intéressante pour l'évaluation *ex post* de projections déjà réalisées. Cette évaluation consiste à comparer d'anciennes valeurs projetées avec les valeurs réellement observées. Cela permet ainsi d'apprécier la précision des projections et dans une certaine mesure la validité de la méthode adoptée.

#### *1.4.2.3 Les données disponibles*

Les données constituent un élément majeur lors de l'élaboration de scénarios prospectifs. La disponibilité des données et leur qualité peuvent permettre de restreindre considérablement l'éventail des approches et le choix des méthodes de projection appropriées.

#### ***Les données nécessaires versus données disponibles***

En général, pour de nombreux phénomènes, les données sont disponibles lorsque le niveau de détail n'est pas trop important. Par exemple, on dispose de données à l'échelle du Québec pour un très grand nombre de phénomènes. Par contre, rares sont les données disponibles à l'échelle locale et qui plus est, pour des groupes spécifiques de la population. Il est donc souvent nécessaire de réajuster nos objectifs en termes d'univers et de niveau de détail en raison de l'indisponibilité des données.

## **La qualité des données**

Lorsque les données sont disponibles cela ne signifie pas pour autant qu'elles sont adéquates à nos besoins. Leur qualité ou encore des changements intervenus au cours des années sur l'univers qu'elles couvrent, le mode de collecte ou la codification de celles-ci peuvent rendre leur utilisation aux fins d'exercice de projection inappropriée. Ce peut être le cas de données issues d'enquêtes longitudinales ou transversales, mais aussi de celles extraites de fichiers ou de registres administratifs. Par exemple, les différentes révisions de la *Classification internationale des maladies* (CIM) au cours de l'histoire peuvent compromettre l'utilisation de données de mortalité pour certaines périodes ou pour certaines causes spécifiques qui sont généralement plus affectées par les changements de CIM.

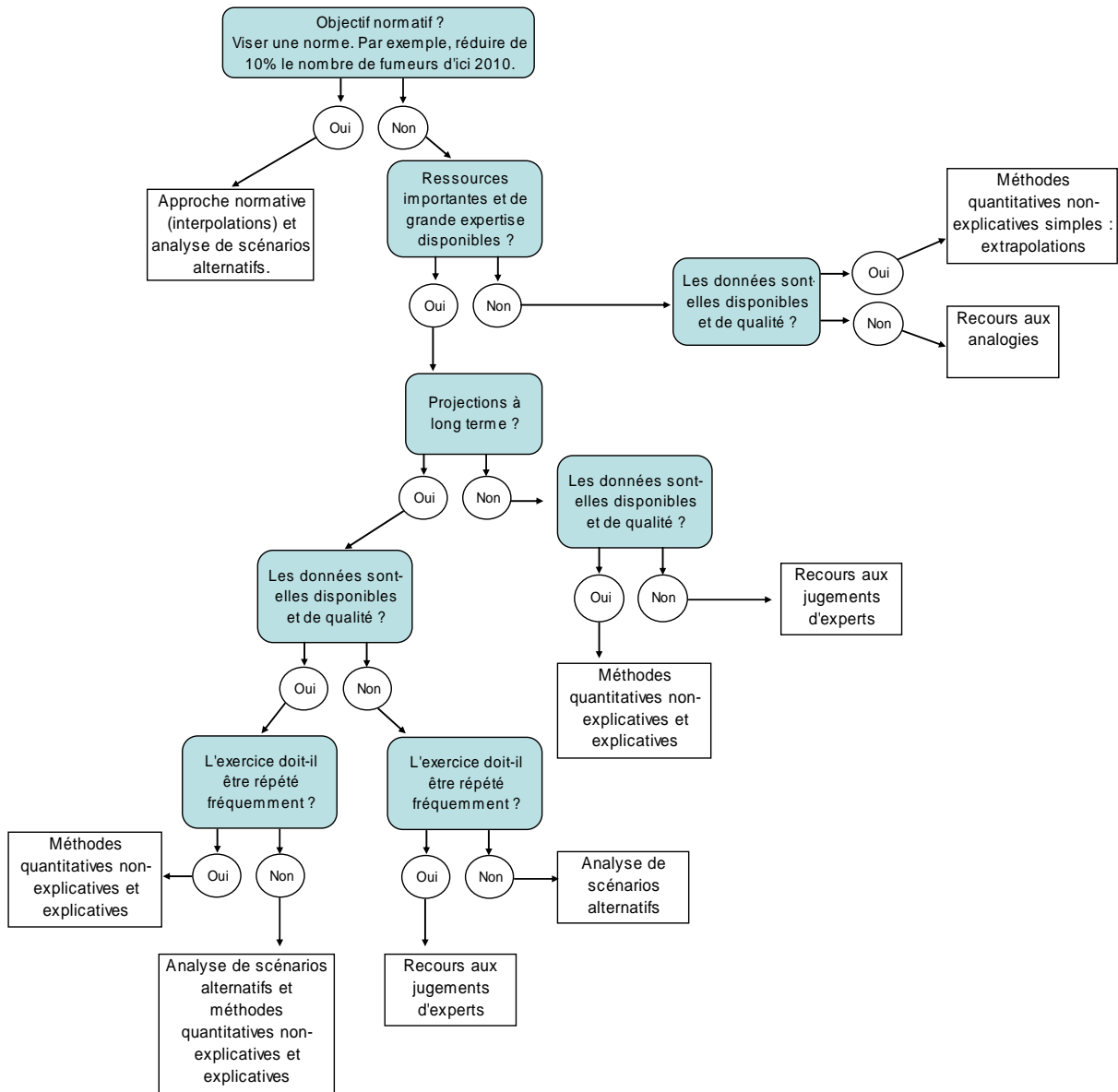
### **1.5 L'ALGORITHME DÉCISIONNEL POUR FACILITER LE CHOIX DE LA MÉTHODE**

Selon les objectifs et la situation, certaines approches et méthodes s'apprêtent donc mieux que d'autres à l'exercice d'élaboration de scénarios prospectifs et de projection. L'algorithme de décision présenté ci-après propose certaines balises importantes pour orienter et faciliter le choix de l'approche et de la méthode les plus appropriées. Toutefois, il est important de retenir que ce ne sont que des balises d'aide.

Cet algorithme représente une simplification de la situation et des éléments à considérer. D'autres questions, pragmatiques ou théoriques, peuvent survenir à différents moments de l'élaboration des scénarios et du calcul des projections. Par exemple : « Combien de temps ai-je à ma disposition pour réaliser cet exercice? », « Les ressources qui vont travailler sur ces projections ont-elles suffisamment d'expertise pour appliquer la nouvelle méthode récemment développée pour ce type de projection? », « Mes données couvrent-elles l'ensemble de mon univers? Sinon est-ce que des données partielles peuvent suffire à la modélisation? », « Les données historiques remontent-elles assez loin dans le temps? », « Mes hypothèses sont-elles valides? Réalistes? », etc.

L'algorithme, simplifié, présente des séries de questions charnières (les balises) pour lesquelles seulement deux choix de réponses sont possibles : « oui » ou « non ». Selon la réponse, une autre question est posée, et ainsi de suite, jusqu'à parvenir à une proposition d'approche et, au mieux, de méthodes qui semblent être les plus adéquates aux objectifs et à la situation.

**Figure 1.3** Algorithme décisionnel simplifié pour guider le choix de l'approche ou de la méthode de projection la plus adaptée aux objectifs et à la situation



## **1.6 CONCLUSION**

L'élaboration de scénarios prospectifs de l'état de santé de la population peut être un exercice très fastidieux, requérant beaucoup de ressources humaines. Il est donc essentiel de bien préparer l'exercice en établissant clairement des objectifs que la situation permettra d'atteindre. À cet effet, cette première partie du document propose certaines balises qui permettent d'écarter assez rapidement certaines approches et dans quelques cas les méthodes de projection moins appropriées.

Une illustration de l'utilisation de ces balises est présentée dans la seconde partie du document et détaille l'application d'une méthode de projection de la mortalité pour le Canada et les provinces à l'horizon 2031.



## **2 EXEMPLE DE PROJECTIONS DE LA MORTALITÉ POUR LE CANADA ET LES PROVINCES À L'HORIZON 2031**

### **2.1 INTRODUCTION**

Cette seconde partie du document présente une application pratique de scénario prospectif de la mortalité pour le Canada et les provinces à l'horizon 2031. Cet exemple est tiré d'un mémoire de maîtrise intitulé *Projections de la mortalité pour le Canada, les provinces et les territoires 2003-2056 : comparaison de deux méthodes* (Paquette, 2006), réalisé au Département de démographie de l'Université de Montréal en collaboration avec la Division de la démographie de Statistique Canada. Ainsi, les résultats reproduits dans ce document sont également ceux qui ont été publiés par Statistique Canada (2005) dans les *Projections démographiques pour le Canada, les provinces et les territoires 2005-2031*.

L'exemple présenté ici est divisé en cinq sections distinctes. Il y est tout d'abord question des méthodes appropriées et du contexte dans lequel elles s'inscrivent. On y définit les objectifs et on trace le portrait de la situation à l'aide des balises présentées dans la première partie du document.

La seconde section détaille le choix de la méthode utilisée, la troisième section présente les différents concepts et sources de données à la base de cet exercice et les limites qui y sont inhérentes, tandis que la quatrième section décrit l'ensemble des étapes nécessaires au calcul des projections de mortalité pour le Canada et les provinces.

Finalement, la cinquième et dernière section analyse les résultats obtenus, soient les espérances de vie projetées, par sexe, pour le Canada et les provinces et en évalue la fiabilité par le biais de comparaisons.

En annexe à ce document, on retrouve une synthèse des étapes de calcul des projections de mortalité présentées dans cette section. Les différentes procédures de programmation utilisées y sont détaillées.

### **2.2 LE CONTEXTE ET LES MÉTHODES APPROPRIÉES**

Tel que mentionné dans la première partie du document, certains éléments jouent un rôle crucial dans le choix de l'approche et de la méthode appropriée au calcul des projections. Dans le cadre de cet exercice, nous utilisons l'algorithme décisionnel présenté à la fin de la partie précédente pour déterminer le choix adéquat en regard de ces éléments.

#### **2.2.1 L'objectif est-il normatif?**

L'exercice consiste à projeter la mortalité, selon le sexe, au Canada et dans chacune de ses provinces à l'horizon 2031. L'objectif n'est donc pas de viser une norme, il n'est pas normatif.

## **2.2.2 Les ressources sont-elles importantes et de grande expertise disponibles?**

Les ressources disponibles pour réaliser cet exercice étaient assez importantes et possédaient une grande expertise, en tant que démographes, des méthodes de projection de mortalité. Soulignons également qu'un spécialiste des séries chronologiques a été consulté.

## **2.2.3 Les projections sont-elles à long terme?**

L'objectif consiste à produire des projections à long terme. Plus spécifiquement, l'horizon déterminé est l'année civile 2031. Des projections ont donc été calculées pour une période de 29 ans, soit de 2003 à 2031.

## **2.2.4 Les données sont-elles disponibles et de qualité?**

### *2.2.4.1 La disponibilité*

Les données relatives aux décès, naissances et effectifs de population nécessaire pour effectuer les projections sont toutes disponibles. Voir la section 2.5 Sources des données.

### *2.2.4.2 La qualité*

Les fréquentes révisions et remises à jour de Statistique Canada assurent une grande fiabilité des données.

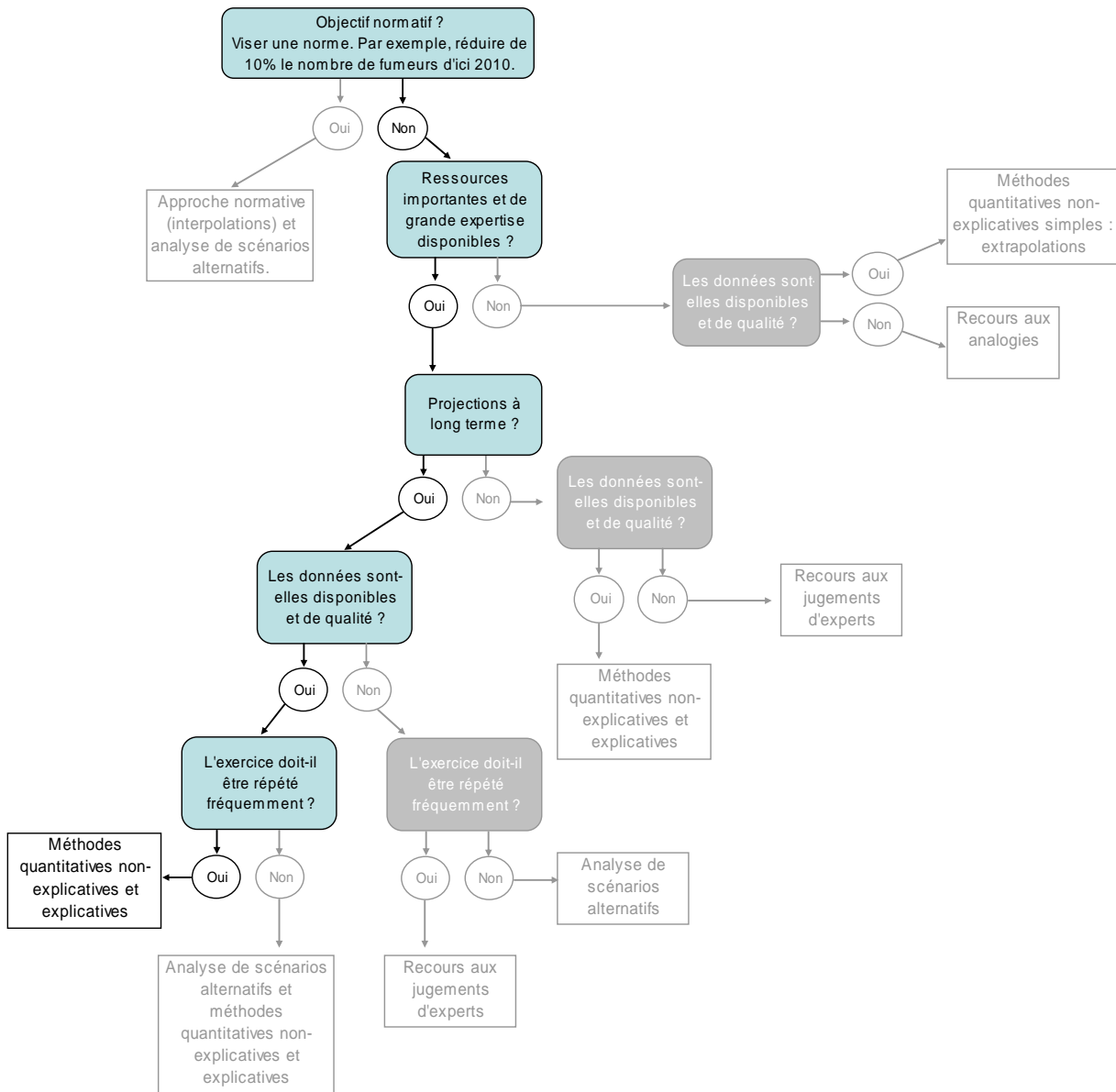
## **2.2.5 L'exercice doit-il être répété fréquemment?**

Cet exercice a été réalisé en collaboration avec Statistique Canada qui a pour mandat de produire régulièrement des projections de mortalité, selon le sexe, pour le Canada et les provinces canadiennes. L'exercice est donc répété fréquemment. Au cours des trente dernières années Statistique Canada l'a mené à six reprises, soit en 1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001.

## **2.2.6 Les méthodes appropriées**

Suite à l'analyse des éléments présentés précédemment, l'algorithme décisionnel permet de déterminer que les méthodes quantitatives non-explicatives et explicatives (voir figure 2.1 et tableau 1.1) s'avèrent les méthodes les plus appropriées à l'exercice.

**Figure 2.1** Algorithme décisionnel appliqué au contexte de l'exercice de projection de mortalité pour le Canada et les provinces canadiennes<sup>7</sup>



<sup>7</sup> Le processus retenu aux fins de notre exemple suit la séquence des encadrés en bleu.

## 2.3 LE CHOIX DE LA MÉTHODE

De l'ensemble des méthodes quantitatives non-explicatives et explicatives disponibles, c'est la méthode Lee-Carter (1992) – méthode non-explicative – que la communauté scientifique désigne comme étant la plus appropriée dans le domaine des projections de mortalité. Le succès de cette méthode, la plus connue et utilisée par les chercheurs et les organismes statistiques officiels dans le monde, réside dans son accessibilité et dans la précision empirique de ses résultats. Deaton et Paxson (2004) affirment même qu'il s'agit du modèle statistique de mortalité qui prédomine dans la littérature démographique actuelle. Cependant, le choix d'une telle méthode n'est pas envisageable dans le contexte canadien car il conduit à une divergence de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces et entre les sexes que l'on n'observe pas dans la réalité.

Parmi l'ensemble des variations de la méthode Lee-Carter proposées, la méthode de Li et Lee (2005), soit le *augmented common factor LC method*, est la seule qui, aujourd'hui, dans la littérature scientifique, permet de produire, dans un contexte canadien, des projections de mortalité non-divergentes par sexe et par provinces, à long terme. Pour ce faire, elle projette la mortalité de pays, provinces ou régions de façon regroupée plutôt que séparément. Toutefois, cette méthode repose sur l'hypothèse de conditions socio-économiques analogues et d'importantes similitudes entre les pays, provinces ou régions impliqués dans la projection (Li et Lee, 2005), hypothèse que l'on vérifie dans le contexte canadien.

Mentionnons que deux autres contraintes majeures, associées à deux paramètres, sont également sous-jacentes à la méthode Lee-Carter. Il s'agit de l'invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge<sup>8</sup> et de la discontinuité temporelle causée par la méthode de calcul du profil moyen de la mortalité selon l'âge<sup>9</sup>. Face à ces contraintes, c'est encore une fois la méthode de Li et Lee qui constitue le choix le plus approprié.

Ainsi, la méthode de Li et Lee apparaît être à ce jour la plus adéquate pour produire des projections de mortalité cohérentes pour le Canada et chacune de ses provinces.

## 2.4 LES CONCEPTS ET DONNÉES

La projection de la mortalité canadienne avec la méthode de Li et Lee nécessite au préalable le calcul des taux de mortalité selon l'âge et le sexe par province et pour le Canada dans son ensemble.

Ces taux, qui sont des mesures transversales de la mortalité pour une période donnée, sont obtenus par la division du nombre de décès dans l'intervalle d'âge fixé sur le nombre de « personnes-années » exposées au risque de décéder dans ce même intervalle, soit l'effectif moyen de la population à l'étude durant cette période donnée. Pour plus de précision, le taux de mortalité infantile (TMI) a été substitué au taux de mortalité à 0 an. Le TMI se définit

---

<sup>8</sup> La méthode Lee-Carter implique que la variation de la mortalité selon l'âge demeure invariable dans le temps.

<sup>9</sup> Le calcul du paramètre du profil moyen de la mortalité selon l'âge de la méthode Lee-Carter provoque une brisure temporelle lors de la transition entre la mortalité observée et la mortalité projetée.

comme le rapport, une année donnée, du nombre de décès d'enfants de moins d'un an à l'effectif des naissances vivantes. De plus, afin de limiter l'impact des variations annuelles de la mortalité, le nombre de décès utilisé dans le calcul des taux de mortalité est basé sur une période de trois ans plutôt que sur une base annuelle. Soulignons également que dans le calcul des taux par âge, on émet l'hypothèse que les décès se répartissent uniformément durant l'intervalle d'âge fixé. Finalement, pour une province donnée, lorsque les taux de mortalité sont nuls, ce qui peut se produire dans le cas de provinces de petites tailles, ils sont remplacés par les taux correspondants de la région dans laquelle se situe la province en question. De cette façon, les taux nuls des provinces de Terre-Neuve-et-Labrador, de l'Île-du-Prince-Édouard, de la Nouvelle-Écosse et du Nouveau-Brunswick sont remplacés par ceux de la région de l'Atlantique; ceux du Manitoba, de la Saskatchewan et de l'Alberta par ceux de la région des Prairies et ceux du Québec, de l'Ontario et de la Colombie-Britannique par ceux du Canada. Cette procédure permet ainsi de prévenir certaines difficultés méthodologiques causées par la présence de taux de mortalité nuls résultant d'une absence de décès à des âges où la population à risque, bien que souvent de faible effectif, n'est pas nulle.

Pour calculer ces taux, plusieurs données sont par conséquent nécessaires :

- l'effectif des décès par année d'âge (0 an à 90 ans et plus), par sexe, par province et pour le Canada dans son ensemble;
- l'effectif des naissances par sexe, par province et pour le Canada dans son ensemble;
- l'effectif de la population par année d'âge (0 an à 90 ans et plus), par sexe, par province et pour le Canada dans son ensemble. et ce, pour la période de référence qui couvre les années 1971 à 2002.

Le choix de la période de référence est basé sur un compromis. Elle doit être assez courte pour représenter l'évolution récente de la mortalité canadienne et ainsi tenir compte du fait que les gains de mortalité se font à des âges plus avancés que par le passé. Elle doit aussi être suffisamment longue pour assurer la validité de sa projection avec des séries chronologiques de type ARIMA. À cet effet, Lee (2001) confirme que, d'après les résultats de ses travaux, les projections qui reposent sur une période de dix ou vingt ans sont erratiques alors que celles basées sur une période de trente ans sont considérablement plus fiables. Quant à la période de projection, 2003-2031, elle a été choisie afin d'établir un équilibre avec la période de référence.

Mentionnons enfin que l'effectif des décès et de la population par année d'âge, de même que l'effectif des naissances, par sexe, pour les régions canadiennes, ont été calculés en sommant les effectifs respectifs des provinces canadiennes, ce qui permet d'assurer une bonne cohérence interne à la base de données.

## **2.5 LES SOURCES DES DONNÉES**

### **2.5.1 L'effectif des décès**

Les décès proviennent de la Base de données sur la longévité canadienne (BDLC, 2003) développée par l'équipe de recherche sur la mortalité et la longévité du Département de démographie de l'Université de Montréal, sous la direction du professeur Robert Bourbeau<sup>10</sup>. Il s'agit en fait des décès de l'État Civil qui ont été compilés par Statistique Canada et ensuite corrigés pour répartir les inconnus avant d'être mis en ligne dans la BDLC<sup>11</sup>. Les procédures de répartition, nécessaires à la correction des rares cas de décès dont l'âge, le sexe ou la province étaient inconnus, sont détaillées dans le rapport produit à cet effet (Bourbeau, Martel et Blackburn, 2003). Par ailleurs, il est important de souligner que la qualité de l'enregistrement des décès aux très grands âges (100 ans et plus) au Canada n'a pas de véritable impact sur la validité des données utilisées dans le cadre de cette recherche. En effet, les décès n'y sont considérés que jusqu'à l'âge de 90 ans et plus<sup>12</sup>.

### **2.5.2 L'effectif des naissances**

Les données sur les naissances ont été recueillies auprès de la base canadienne de données sur les statistiques de l'état civil compilée par Statistique Canada pour la période 1971-1978 (Statistique Canada, 1992) et la période 1979-2002 (Base de données de l'État civil canadien).

### **2.5.3 L'effectif de la population**

Les estimations de population ont été fournies par la Division de la démographie de Statistique Canada (Statistique Canada, 2004b). Il s'agit d'estimations intercensitaires définitives qui tiennent compte du sous-dénombrement net des recensements disponibles à ce jour et ont été révisées en 2003 pour toute la période 1971-2001<sup>13</sup>. Soulignons que Statistique Canada révisé et met régulièrement à jour ses estimations de population.

### **2.5.4 La qualité des données**

L'exhaustivité des décès et des naissances de l'État Civil, les procédures de répartition de la BDLC et les fréquentes révisions et remises à jour de Statistique Canada garantissent une grande fiabilité des données à la base de cette étude.

---

<sup>10</sup> Il s'agit d'un projet réalisé en partenariat avec la *Human Mortality Database* (HMD) développée par le Département de démographie de l'Université de Californie à Berkeley et par le *Max Planck Institute for Demographic Research* (MPIDR) en Allemagne.

<sup>11</sup> Les décès de la période 2001-2002 (Statistique Canada, 2004a) ont été corrigés pour répartir les inconnus mais n'avaient pas encore été mis en ligne sur le site Internet de la BDLC au moment où l'analyse a débuté.

<sup>12</sup> En fait, c'est lors d'une étape ultérieure que les taux de mortalité sont projetés jusqu'à l'âge de 110 ans et plus, par le biais de la méthode Coale-Kisker (Coale et Kisker, 1990).

<sup>13</sup> Les estimations de population de l'année 2002 n'étant pas encore disponibles sous forme intercensitaire définitive au moment de cette étude, nous avons donc utilisé celles de type postcensitaire définitive. Elles tiennent compte du sous-dénombrement net du recensement de 2001 mais n'ont pas encore été révisées pour tenir compte du recensement de 2006, encore à venir au moment où les calculs ont été faits. Il s'agit des dernières données disponibles au moment de cette étude.

## 2.6 L'APPLICATION DE LA MÉTHODE

La réalisation de projections de mortalité avec la méthode de Li et Lee, dans le contexte canadien, nécessite une base de données qui comprend les taux de mortalité ( $m_{x,t}$ ) par année d'âge (0 an à 90 ans et plus) et par sexe, pour les provinces et l'ensemble du Canada et ce, pour chaque année de la période de référence 1971 à 2002. Ainsi, les composantes de l'âge et du temps, soit les paramètres des modèles de projections de la mortalité de Li et Lee, sont déterminés sur la base d'une période de 32 ans (1971-2002) pour un sexe et une province donnés, ou encore pour le pays dans son ensemble et un sexe donné. Pour faciliter la compréhension, le sexe et la province (ou le pays dans sa totalité) de la population projetée sont représentés par le terme « territoire  $i$  » au cours des explications méthodologiques qui suivent. Il importe aussi de préciser que les lignes et les colonnes de l'ensemble des vecteurs et des matrices mentionnés dans cette partie correspondent à l'âge  $x$  et au temps  $t$ , respectivement.

### 2.6.1 La méthode originale : Lee-Carter

La méthode de Li et Lee, le *augmented common factor LC method*, est une variation de la méthode Lee-Carter.

La méthode de projection de la mortalité Lee-Carter (1992) se formule comme suit :

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}$$

Où :

$\ln(m_{x,t})$  = Logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$ .

$a_x$  = Profil moyen de la mortalité selon l'âge.

$b_x$  = Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge.

$k_t$  = Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ .

$\varepsilon_{x,t}$  = Résidu du modèle.

### 2.6.2 Méthode de Li et Lee : augmented common factor LC method

La méthode de Li et Lee se compose de deux modèles distincts de projection de la mortalité qui se formulent comme suit :

Le *common factor model* :

$$\ln(m_{x,t,i}) = a_{x,i} + B_x K_t + \varepsilon_{x,t,i}$$

Le *augmented common factor model* :

$$\ln(m_{x,t,i}) = a_{x,i} + B_x K_t + b_{x,i} k_{t,i} + \varepsilon_{x,t,i}$$

Où :

$\ln(m_{x,t,i})$  = Logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du territoire  $i$ .

$a_{x,i}$  = Profil moyen de la mortalité selon l'âge du territoire  $i$ .

$B_x$  = Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada, sexes réunis.

$K_t$  = Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis.

$b_{x,i}$  = Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du territoire  $i$ .

$k_{t,i}$  = Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$ .

$\varepsilon_{x,t,i}$  = Résidu du modèle.

La méthode de Li et Lee consiste à appliquer séparément deux modèles de projection de la mortalité, le *common factor model* et le *augmented common factor model* et à ensuite choisir le modèle le plus approprié aux données après comparaison des résultats obtenus.

### 2.6.2.1 Le calcul des paramètres

#### **Le calcul du profil moyen de la mortalité selon l'(a<sub>x,i</sub>)**

Entre 1971 et 2002, le vecteur du profil moyen par âge de la mortalité du territoire  $i$  se définit par la moyenne, à chaque âge, des logarithmes du taux de mortalité du territoire  $i$  sur l'ensemble de la période de 32 ans. Ainsi, pour chaque territoire  $i$ , entre 1971 et 2002, le calcul du vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge du territoire  $i$  ( $a_{x,i}$ ) se formule comme suit :

$$a_{x,i} = \frac{1}{32} \sum_{t=1971}^{2002} \ln(m_{x,t,i}).$$

Au cours de la période de projection, soit de 2003 à 2031, ( $a_{x,i}$ ) correspond au logarithme du dernier taux de mortalité par année d'âge du territoire  $i$  observé, celui de 2002. La méthode de calcul de ce paramètre demeure inchangée pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee.

#### **Le calcul du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge (bx et $b_{x,i}$ ) et du paramètre du niveau de la mortalité au temps t (Kt et Kt, i)**

Le calcul de ces deux paramètres diffère pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee.

En effet, le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada, sexes réunis ( $B_x$ ) et la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du



Canada, sexes réunis ( $K_t^*$ )<sup>14</sup>, sont obtenus suite à la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $(\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i})$ , où  $i$  désigne le Canada dans son ensemble. Pour obtenir cette matrice, appelée  $M1$ , on soustrait à la matrice des logarithmes des taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du Canada, sexes réunis ( $\ln(m_{x,t,i})$ ), le vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada, sexes réunis ( $a_{x,i}$ ).

Pour chaque territoire  $i$ , le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge ( $b_{x,i}$ ) et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  ( $k_{t,i}$ ) sont obtenus suite à la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $(\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t)$ . Pour obtenir cette matrice, appelée  $M2$ , on soustrait à la matrice des logarithmes des taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du territoire  $i$  ( $\ln(m_{x,t,i})$ ) le vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge du territoire  $i$  ( $a_{x,i}$ ) et le produit entre le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada, sexes réunis ( $B_x$ ) et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis ( $K_t$ ).

Les matrices  $M1$  et  $M2$  s'expriment donc comme suit :

$M1 = \ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i}$ , où  $i$  désigne le Canada dans son ensemble.

$M2 = \ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t$ , où  $i$  désigne le territoire  $i$  considéré.

Ces matrices  $M1$  et  $M2$  sont de type (91 x 32), soit 91 lignes pour 32 colonnes. On compte donc 91 années d'âge et 32 années de calendrier dans ces deux matrices rectangulaires.

Pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee, la procédure statistique utilisée est la même. Il s'agit d'une décomposition en valeurs singulières, soit une technique statistique d'analyse de données multidimensionnelles. Plus exactement, la décomposition en valeurs singulières des matrices  $M1$  et  $M2$  est obtenue par le biais d'une commande statistique du langage de programmation SAS, soit la commande *call svd*<sup>15</sup> et ce, à l'intérieur du module *iml*<sup>16</sup>.

Ainsi, la décomposition en valeurs singulières (DVS) décompose tour à tour les matrices  $M1$  et  $M2$  sous la forme de trois matrices, soit les matrices  $U$ ,  $Q$  et  $V$ . Cette décomposition prend la forme suivante :

$$UQV^T$$

<sup>14</sup> La première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis ( $K_t^*$ ), représente le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, avant qu'il ne soit ajusté à l'espérance de vie à la naissance observée au Canada, sexes réunis.

<sup>15</sup> *svd* signifie *singular value decomposition* (décomposition en valeurs singulières)

<sup>16</sup> IML signifie Interactive Matrix Language.

Où :

$U$  : Matrice orthogonale unitaire (91 x 91) des vecteurs de l'effet d'âge.

$Q$  : Matrice diagonale (91 x 32) des valeurs singulières.

$V$  : Matrice orthogonale unitaire (32 x 32) des vecteurs de l'effet du temps.

L'exposant  $t$  de la matrice  $V$  signifie que la matrice en question est transposée<sup>17</sup>.

Suite à une légère approximation, ces trois matrices prennent la forme suivante :

$$UQV^T = \sum_{t=1}^{32} \sigma_t U_t V_t^T \approx \sigma_1 U_1 V_1^T .$$

Le vecteur du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge est alors obtenu, à chaque âge, par la multiplication de l'élément de  $U_1$ , soit l'élément de la première colonne de la matrice  $U$  et de l'inverse de la somme des éléments de la première colonne de  $U$  ( $\frac{1}{s}$ ). Ainsi, le calcul du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada, sexes réunis et celui du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du territoire  $i$  se formulent comme suit :

$$B_x = \left(\frac{1}{s}\right)U_1, \text{ où } U \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet d'âge qui découle de la DVS de la matrice } M1.$$

$$b_{x,i} = \left(\frac{1}{s}\right)U_1, \text{ où } U \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet d'âge qui découle de la DVS de la matrice } M2.$$

Le vecteur du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est défini, à chaque année de calendrier, par le produit de la première valeur singulière ( $\sigma_1$ ) de la matrice  $Q$ , de la somme des éléments de la première colonne de  $U$  ( $s$ ) et de l'élément de  $V_1$ , soit l'élément de la première colonne de la matrice  $V$ . Ainsi, la formulation du calcul de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis et celle du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$  s'expriment comme suit :

$$K_t^* = \sigma_1 s V_1, \text{ où } V \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet du temps qui découle de la DVS de la matrice } M1.$$

$$k_{t,i} = \sigma_1 s V_1, \text{ où } V \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet du temps qui découle de la DVS de la matrice } M2.$$

Le calcul de ces vecteurs permet de reformuler l'approximation des trois matrices qui découlent de la décomposition en valeurs singulières des matrices  $M1$  et  $M2$ . Ainsi, on obtient :

$$M1 = UQV^T = \sum_{t=1}^{32} \sigma_t U_t V_t^T \approx \sigma_1 U_1 V_1^T = B_x K_t^{*T} .$$

---

<sup>17</sup> Une matrice transposée est une matrice dont on a inversé les lignes et les colonnes.

$$M2 = UQV^T = \sum_{t=1}^{32} \sigma_t U_t V_t^T \approx \sigma_1 U_1 V_1^T = b_{x,i} k_{t,i}^T.$$

D'où :

$$\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} \approx B_x K_t^* \quad \forall x \text{ et } t, \text{ où } i \text{ désigne le Canada dans son ensemble.}$$

$$\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t \approx b_{x,i} k_{t,i} \quad \forall x \text{ et } t, \text{ où } i \text{ désigne le territoire } i \text{ considéré.}$$

Il importe de mentionner que la somme des éléments de la première colonne de  $V$  et de  $U$ , des matrices  $M1$  et  $M2$ , est égale à zéro et à un, respectivement, tandis que la somme des éléments de chaque ligne des matrices  $M1$  et  $M2$  est nulle.

### **L'ajustement du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ du Canada, sexes réunis**

Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis ( $K_t$ ) des deux modèles de la méthode de Li et Lee, est obtenu suite à l'ajustement de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis ( $K_t^*$ ). En effet, la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, nécessite un ajustement afin de correspondre exactement à l'espérance de vie à la naissance observée dans la population du Canada, sexes réunis. Pour ce faire, le processus itératif de Newton-Raphson est appliqué par le biais d'une commande statistique du logiciel *Excel*, soit la commande *solveur* selon les instructions d'une macro<sup>18</sup> permettant de réaliser des itérations en boucle dans *Excel*, soit une itération par année de calendrier de la période de référence (1971-2002).

Ainsi, la commande *solveur* permet d'ajuster la valeur de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, afin que l'espérance de vie à la naissance modélisée avec les  $\ln(m_{x,t,CAN})$ <sup>19</sup> et les paramètres  $a_{x,CAN}$ <sup>20</sup>,  $B_x$ <sup>21</sup> et  $K_t^*$ <sup>22</sup> calculés précédemment, soit égale à l'espérance de vie à la naissance observée dans la population du Canada, sexes réunis et ce, pour chaque année de calendrier entre 1971 et 2002. Cette commande *Excel* se base donc sur une cellule cible<sup>23</sup>, (la différence entre l'espérance de vie modélisée et l'espérance de vie observée) une valeur

<sup>18</sup> Une macro *Excel* permet de faire une ou plusieurs instructions de manière automatique, par le biais du langage de programmation Visual Basic for Application (VBA).

<sup>19</sup> Il s'agit des logarithmes des taux de mortalité par année d'âge observés au Canada, sexes réunis, entre 1971 et 2002.

<sup>20</sup> Il s'agit du profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada, sexes réunis.

<sup>21</sup> Il s'agit du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada, sexes réunis.

<sup>22</sup> Il s'agit de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis.

<sup>23</sup> La cellule cible représente la cellule à laquelle on cherche à attribuer une valeur spécifique, soit la valeur à atteindre.

à atteindre ( $\emptyset$ ), une cellule variable<sup>24</sup> ( $K_t^*$ <sup>15</sup>) et le choix de trois options suivantes: l'approche quadratique<sup>25</sup>, la différenciation à droite<sup>26</sup> et l'algorithme de Newton<sup>27</sup>.

Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$  ( $k_{t,i}$ ) du second modèle de la méthode de projection de Li et Lee, soit le *augmented common factor model*, lui, n'est pas ajusté car la présence de valeurs négatives dans le paramètre du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du territoire  $i$  proscrit toute possibilité d'ajustement.

### **La projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$**

La méthode de projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis ( $K_t$ ) et du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$  ( $k_{t,i}$ ) est la même pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee. En fait, la projection de ces paramètres est réalisée à l'aide du modèle de série chronologique univarié ARIMA<sup>28</sup> qui se conforme le mieux aux données et ce, par le biais d'une commande statistique du langage de programmation SAS, soit la commande *proc arima* par l'instruction *forecast*.

Les modèles de séries chronologiques univariés ARIMA permettent de projeter un phénomène en se basant sur son évolution passée. Le processus ARIMA d'ordre  $(p,d,q)$  est en fait un modèle autorégressif à moyenne mobile intégrée où  $p$  exprime le nombre de termes autorégressifs<sup>29</sup>,  $d$  représente le nombre de différences<sup>30</sup> et  $q$  désigne le nombre de moyennes mobiles<sup>31</sup> dans le modèle ARIMA. Le choix de la valeur attribuée à chacun de ces trois éléments permet de définir le modèle de série chronologique univarié ARIMA qui se conforme le mieux aux données et ainsi, de projeter adéquatement le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ .

---

<sup>24</sup> La cellule variable représente la cellule que l'on cherche à ajuster afin que la cellule cible soit égale à la valeur à atteindre.

<sup>25</sup> L'approche d'extrapolation quadratique permet obtenir les estimations d'origine des variables de base dans le cadre de chaque recherche unidimensionnelle et d'améliorer les résultats pour les problèmes hautement non linéaires (*Options du Solveur : Estimations : Quadratique*).

<sup>26</sup> La différenciation à droite permet d'estimer les dérivées partielles des fonctions d'objectif et de contrainte lorsque les valeurs de contrainte changent assez lentement (*Options du Solveur : Dérivées : À droite*).

<sup>27</sup> L'algorithme de Newton, utilisé pour chaque itération, permet de déterminer le sens de la recherche et nécessite plus de mémoire, mais moins d'itérations (*Options du Solveur : Recherche : Newton*).

<sup>28</sup> ARIMA signifie Autoregressive Integrated Moving Average.

<sup>29</sup> Les processus autorégressifs (AR) supposent que chaque point peut être prédit par la somme pondérée d'un ensemble de points précédents, plus un terme aléatoire d'erreur.

<sup>30</sup> Le processus d'intégration (I) suppose que chaque point présente une différence constante avec le point précédent.

<sup>31</sup> Les processus de moyenne mobile (MA) supposent que chaque point est fonction des erreurs entachant les points précédant, plus sa propre erreur.

Il faut savoir que pour déterminer un modèle ARIMA, il est aussi possible d'attribuer plus d'un nombre de termes autorégressifs (AR) et plus d'un nombre de moyennes mobiles (MA), qu'ils soient consécutifs ou non<sup>32</sup>. Le choix de la valeur des éléments  $p$ ,  $d$  et  $q$  repose sur un certain nombre d'indices et est déterminé par divers critères de sélection.

Avant tout, il est important de mentionner que la commande *proc arima* réfère en tout temps à la base de données qui comprend les valeurs du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  entre 1971 et 2002. Ainsi, une première commande *proc arima*, qui indique un modèle ARIMA (0,0,0), permet d'avoir une première idée des valeurs  $p$ ,  $d$  et  $q$  appropriées, par le biais des graphiques d'autocorrélation (FAC) et d'autocorrélation partielle (FACP)<sup>33</sup>. Ensuite, l'évaluation de différents modèles ARIMA, produits par le biais de plusieurs commandes *proc arima*, permet de définir le modèle adéquat.

Trois indices permettent notamment de guider le choix d'un tel modèle. Tout d'abord, si le paramètre  $MU$ <sup>34</sup> n'est pas significatif, alors l'ajout de l'instruction *noint*<sup>35</sup> est nécessaire à la commande *proc arima* de ce modèle. Puis, si l'estimation du paramètre  $MU$  est plus grande que 0,97, alors il s'agit probablement d'un modèle unitaire qui nécessite une différenciation ( $d = 1$ )<sup>36</sup>. Tandis que si un message d'erreur apparaît disant que les estimations n'ont peut-être pas convergé, alors un autre choix de modèle est fortement à envisager<sup>37</sup>. Finalement, un quatrième indice peut également s'appliquer à notre étude. En effet, nos données indiquent que la tendance du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est généralement linéaire, ce qui signifie qu'une première différenciation ( $d = 1$ ) est nécessaire. Dans le cas où elle n'est pas linéaire, la différenciation est alors inutile ( $d = 0$ ).

Les trois principaux critères de sélection exigent que les paramètres du modèle ARIMA soient significatifs à 0,05<sup>38</sup>, que les résidus soient statistiquement indépendants, c'est-à-dire que leurs autocorrélations soient non-significatives à 0,05<sup>39</sup> et finalement que l'autocorrélogramme<sup>40</sup> des résidus indique l'absence d'autocorrélations entre les résidus dans un intervalle de confiance à 95 %<sup>41</sup>.

<sup>32</sup> Pour attribuer un nombre de termes AR ou MA consécutifs, il suffit d'indiquer ce nombre sans parenthèses. Cependant, cette série de termes doit commencer par 1. Sinon, toute autre série de termes AR ou MA peut être attribuée à la façon d'un nombre de termes AR ou MA non consécutifs, soit en indiquant la valeur de ces nombres entre parenthèses et en les séparant par des virgules. Par exemple, un modèle (2,1,(1,3)) indique la présence de termes autorégressifs d'ordre 1 et 2, d'une différence et de moyennes mobiles d'ordre 1 et 3.

<sup>33</sup> Les graphiques FAC et FACP se situent, respectivement, sous les rubriques *Autocorrelations* et *Partial Autocorrelations* de la section *Identification 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>34</sup> Le paramètre  $MU$  représente la constante du modèle ARIMA.

<sup>35</sup> L'instruction *noint* permet d'éliminer le paramètre  $MU$  du modèle ARIMA.

<sup>36</sup> L'estimation et la significativité du paramètre  $MU$  se situent sous la rubrique *Estimations conditionnelles des moindres carrés* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>37</sup> Si un message d'erreur apparaît, il se situera sous la rubrique *Optimization Summary* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>38</sup> La significativité des paramètres se situe sous la rubrique *Estimations conditionnelles des moindres carrés* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>39</sup> L'autocorrélation des résidus se situe sous la rubrique *Autocorrelation Check of Residuals* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>40</sup> Un autocorrélogramme est un graphique d'autocorrélation (FAC).

<sup>41</sup> L'autocorrélogramme des résidus se situe sous la rubrique *Autocorrelation Plot of Residuals* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

Mentionnons qu'en ce qui a trait au second critère, il est préférable que la non-significativité des autocorrélations des résidus soit d'une valeur minimale de 0,45.

Ainsi, l'utilisation des modèles de séries chronologiques de type ARIMA comporte un certain nombre d'enjeux et une part d'arbitraire inévitable. C'est pourquoi, dans le cadre de l'élaboration de nos projections de mortalité, un méthodologue de Statistique Canada qui se spécialise dans les séries chronologiques a été consulté.

Une fois que le choix du modèle de série chronologique univarié ARIMA qui se conforme le mieux aux données est fait, il suffit d'effectuer une commande *proc arima* en indiquant le modèle ARIMA choisi et l'instruction *forecast*. On obtient ainsi la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , son erreur standard et son intervalle de confiance à 95 % et ce, pour la période de projection définie dans l'instruction *forecast*, soit ici de 2003 à 2031<sup>42</sup>.

### **La correction du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ projeté pour le Canada, sexes réunis**

Au cours de la période de projection, le taux de mortalité du territoire  $i$  est calculé, entre autres, sur la base du profil moyen de la mortalité selon l'âge de ce territoire, soit le logarithme du taux de mortalité par année d'âge du territoire  $i$  en 2002. Ainsi, pour chaque territoire  $i$ , le taux de mortalité projeté est déterminé par le niveau de base de la mortalité observé en 2002. Il est donc important que le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté, calculé sur l'ensemble de la période de référence, demeure cohérent avec ce niveau de base de la mortalité.

Afin d'éviter une rupture irréaliste entre la mortalité observée en 2002 et la mortalité projetée de 2003 à 2031, il nous est apparu essentiel d'apporter une correction à la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis. Cette correction remplace les valeurs initiales du paramètre, par les différences entre ces valeurs et la valeur initiale du paramètre du niveau de la mortalité en 2002 modélisé pour le Canada, sexes réunis. Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté pour le Canada, sexes réunis ainsi corrigé permet de conserver un suivi réaliste entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée et les taux qui s'y rattachent.

Mentionnons qu'il n'est pas nécessaire d'appliquer cette correction à la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$  du *augmented common factor model* car le taux de mortalité projeté avec ce modèle est déjà en partie basé sur le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, corrigé et projeté du *common factor model*. Par ailleurs, les valeurs de la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$  sont si minimes, du fait de la forte similarité entre la mortalité des provinces et du Canada, que sa correction n'aurait aucun impact à la troisième décimale près.

---

<sup>42</sup> La projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  se situe sous la rubrique *Forecasts for variable* (nom de la variable projetée définie sous la commande *proc arima*) de la section *Forecast 1* des *Résultats de Arima : Le système SAS*.

### 2.6.2.2 *Le calcul des taux de mortalité modélisés, projetés et prolongés jusqu'à 110 ans et plus avec Coale-Kisker*

Les paramètres déterminés préalablement, soit le profil moyen de la mortalité selon l'âge, le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , permettent d'obtenir les taux de mortalité modélisés entre 1971 et 2002. D'autre part, le deuxième paramètre associé à la projection du premier et du troisième permet d'obtenir les taux de mortalité projetés pour la période 2003-2031<sup>43</sup>.

Ainsi, les taux de mortalité, par année d'âge et par sexe, modélisés et projetés, pour le Canada et les provinces, avec le *common factor model* et le *augmented common factor model* de la méthode de projection de Li et Lee, sont calculés en fonction de la formule qui définit leur modèle respectif et avec les paramètres qui s'y rattachent<sup>44</sup>.

La méthode Coale-Kisker (1990) permet d'étendre les taux de mortalité, par année d'âge et par sexe, modélisés et projetés, pour le Canada et les provinces, jusqu'au groupe d'âge ouvert de 110 ans et plus. Elle suppose la décroissance du rythme d'accroissement des taux de mortalité après 90 ans. Il s'agit d'une méthode d'extrapolation aux grands âges qui comporte deux paramètres, soit le paramètre  $k$  de Gompertz et un taux de mortalité à 110 ans et plus de 1,0 pour les hommes et de 0,8 pour les femmes. Cependant, il nous a semblé préférable de fixer un taux de mortalité à 110 ans et plus de 1,0 pour les hommes et les femmes afin d'éviter que notre estimation du nombre de centenaires soit biaisée à long terme et ainsi s'assurer que l'ensemble de la population décède avant l'âge de 111 ans.

---

<sup>43</sup> Pour chacun des deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee, les taux de mortalité projetés sont calculés avec la correction de la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis.

<sup>44</sup> Pour chacun des deux modèles de projection de mortalité, les taux de mortalité modélisés sont calculés avec le profil moyen de la mortalité selon l'âge et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  tandis que les taux de mortalité projetés sont calculés avec la projection du profil moyen de la mortalité selon l'âge et la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ . Il est à noter que la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, qui permet de calculer les taux de mortalité projetés avec les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee a été corrigée préalablement.

Ainsi, pour le Canada et les provinces, sexes séparés, les calculs des taux de mortalité, modélisés entre 1971 et 2002 et projetés à l'horizon 2031, par année d'âge, entre l'âge de 85 ans et de 110 ans et plus ( $m_x$ , où  $X = 85, \dots, 110+$ ), des taux de croissance de la mortalité par âge ( $k(x)$ ), des taux de croissance de la mortalité à 85 ans ( $k(85)$ ) et de la pente des taux de croissance de la mortalité par âge ( $s$ ) se formulent comme suit et ce, pour chaque année de calendrier  $t$  (1971-2031) :

$$m_x = m_{84} * \left\{ \exp \left( \sum_{x=85}^x k(x) \right) \right\}, \text{ où } X = 85, \dots, 110+$$

$$k(x) = k(85) + (s * (x - 85)), \text{ où } x = 85, \dots, 110+.$$

$$k(85) = \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{88}}{m_{81}} \right) \right)}{7}$$

$$s = - \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{84}}{m_{110+}} \right) + 26 * k(85) \right)}{325}, \text{ où } m_{110+} = 1.$$

### 2.6.3 Le calcul des espérances de vie à la naissance observées, modélisées et projetées

Les espérances de vie à la naissance qui se rattachent aux taux de mortalité prolongés avec la méthode Coale-Kisker, par année d'âge et par sexe, modélisés et projetés, pour le Canada et les provinces, sont déterminées par des tables de mortalité basées sur ces mêmes taux de mortalité. Ainsi, le calcul de ces espérances de vie ( $e_x$ ) est basé sur cinq autres indicateurs de mortalité, soit les quotients de mortalité ( ${}_1q_x$ ), les survivants ( $l_x$ ), les décès ( $d(x, x+1)$ ), les années vécues par les survivants ( ${}_1L_x$ ) et la somme des années vécues par les survivants ( $T_x$ ). La méthode de calcul de ces six indicateurs est la même pour l'ensemble des taux de mortalité modélisés et projetés.

L'ajustement de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, s'appuie sur les espérances de vie à la naissance observées. Celles-ci sont déterminées par des tables de mortalité basées sur les taux de mortalité observés, entre 1971 et 2002, au Canada, sexes réunis et ce, avec la même méthode de calcul que les espérances de vie à la naissance modélisées et projetées, tel qu'expliqué précédemment.

Les six éléments de la table de mortalité se formulent comme suit :

Le quotient de mortalité ( ${}_1q_x$ ) :

$${}_1q_0 = \frac{{}_1m_0}{(1 + (1 - 0,1) {}_1m_0)}; \quad {}_1q_x = \frac{{}_1m_x}{(1 + (1 - 0,5) {}_1m_x)} \text{ et } q_{110+} = 1.$$



Les survivants ( $l_x$ ) :

$$l_0 = 100\ 000 \text{ et } l_{x+1} = l_x - d(x, x+1).$$

Les décès ( $d(x, x+1)$ ) :

$$d(x, x+1) = l_x * {}_1q_x.$$

Les années vécues par les survivants ( ${}_1L_x$ ) :

$${}_1L_0 = l_1 + (d(0,1) * 0,1); {}_1L_x = l_{x+1} + (d(x, x+1) * 0,5) \text{ et } L_{110+} = l_{110+} * 0,5.$$

La somme des années vécues par les survivants ( $T_x$ ) :

$$T_x = T_{x+1} + {}_1L_x \text{ et } T_{110+} = L_{110+}.$$

L'espérance de vie ( $e_x$ ) :

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

Ces espérances de vie sont générées automatiquement par le biais des instructions d'une macro créée dans le logiciel *Excel* les calculant en boucle pour une période de temps  $t$  prédéfinie.

#### 2.6.4.1 Le calcul des hypothèses faible et forte de mortalité

Les résultats de nos projections d'espérances de vie à la naissance sont présentés selon trois hypothèses de mortalité : l'hypothèse faible, l'hypothèse moyenne et l'hypothèse forte. Celles-ci sont basées sur les intervalles de confiance du modèle utilisé. Plus exactement, l'hypothèse faible et l'hypothèse forte correspondent, respectivement, aux limites inférieures et supérieures des intervalles de confiance à 95 % des espérances de vie à la naissance projetées avec le modèle utilisé.

L'intervalle de confiance à 95 % de chacun des taux de mortalité projetés et prolongés est obtenu par le biais des valeurs des deux vecteurs de l'intervalle de confiance à 95 % du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté et ce, avec la même méthode de calcul et de prolongement que les taux projetés, tel qu'expliqué précédemment<sup>45</sup>.

Ainsi, l'intervalle de confiance à 95 % de chacune des espérances de vie à la naissance projetées est obtenu avec des tables de mortalité basées sur les intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés et prolongés et ce, avec la même méthode de calcul que les espérances de vie à la naissance projetées, tel qu'expliqué précédemment.

<sup>45</sup> Il est à noter que les deux vecteurs de l'intervalle de confiance à 95 % de la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis, ont été corrigés préalablement et ce, tel qu'il a été expliqué précédemment dans la section 2.3.2.5 « La correction du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté pour le Canada, sexes réunis ».

Il existe de nombreuses approches pour formuler des hypothèses de mortalité. Notre choix s'est basé sur l'utilisation des intervalles de confiance à 95 % car, d'une part, il s'agit d'une norme établie dans le domaine scientifique et, d'autre part, elle semble offrir un éventail de résultats assez large.

#### 2.6.4.2 Le choix du modèle de projection de la mortalité

Le choix du modèle de projection de mortalité approprié à la mortalité du Canada et des provinces est basé sur un certain nombre de critères. Parmi ceux-ci, deux des trois indices développés par Li et Lee, soient les « explanation ratios », aident à l'évaluation des modèles de Li et Lee en vue d'une prise de décision finale. Plus exactement, ces indices traduisent le pouvoir explicatif de chaque modèle. En fait, ils permettent de déterminer, sur une échelle de 0 à 1, le degré d'ajustement aux données observées pour chacun des deux modèles de projection de la mortalité. Ainsi, pour chaque territoire  $i$ , le calcul de ces deux indices, soient le *Common Factor Explanation Ratio* ( $R_c(i)$ ) et le *Augmented Common Factor Explanation Ratio* ( $R_{AC}(i)$ ), se formule comme suit :

$$R_c(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i}]^2}$$

$$R_{AC}(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t - b_{x,i} k_{t,i}]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i}]^2}$$

Pour chaque territoire  $i$ , le modèle dont l'indice est le plus élevé est celui qui ajuste le mieux les données observées. Toutefois, il est normal que l'indice  $R_{AC}(i)$  soit plus élevé que l'indice  $R_c(i)$  car il permet de projeter les particularités de la mortalité spécifiques au territoire  $i$ . En fait, dans le cadre canadien, étant donné la similarité de la mortalité des provinces, il est logique de s'attendre à ce que l'indice  $R_c(i)$  soit légèrement plus petit ou égal à l'indice  $R_{AC}(i)$ . Ainsi, dans un tel contexte, le *common factor model* pourrait s'avérer être le choix le plus judicieux.

Le choix d'un modèle de projection cohérent avec la mortalité du territoire  $i$  repose sur un jugement avisé qui s'appuie en partie sur deux des trois « explanation ratios » de Li et Lee, mais surtout sur les informations connues relatives à l'évolution de la mortalité de ce territoire. Par exemple, les informations connues sur la mortalité des femmes de l'Île-du-Prince-Édouard indiquent que celle-ci a été supérieure à celle des femmes du Canada entre

1971 et 1989, puis inférieure entre 1990 et 2002, soit depuis les treize dernières années de la période de référence. Il est donc logique de croire que le *augmented common factor model* va projeter une mortalité des femmes de l'Île-du-Prince-Édouard qui se rapproche de celle des femmes du Canada au cours de la période de projection car il prend en considération les particularités de la mortalité spécifiques aux femmes de l'Île-du-Prince-Édouard au cours de l'ensemble de la période de référence. Dans cette situation, même si l'indice  $R_{ac}(i)$  était le plus élevé, il serait préférable de choisir le *common factor model* car les dernières tendances observées de l'évolution de la mortalité des femmes de l'Île-du-Prince-Édouard indiquent qu'il est plus probable qu'elle demeure inférieure à celle des femmes du Canada. Cet exemple permet d'illustrer que le choix de chacun des modèles de projection appropriés aux provinces ou au Canada dans son ensemble, bien que subjectif, repose sur un jugement fondé sur plusieurs sources d'informations et de critères tels que les indices de Li et Lee.

## 2.7 LES RÉSULTATS

Cette partie du document traite des résultats et s'articule autour de six sections. Les trois premières présentent et analysent les paramètres et les résultats obtenus pour le Canada et les provinces, sexes séparés, selon chacun des deux modèles de projection de la mortalité à l'étude. C'est dans la quatrième section que le choix du modèle de projection approprié est ensuite déterminé. La cinquième partie porte sur la présentation des projections de mortalité pour le Canada avec le modèle approprié choisi à la partie précédente et ce, au niveau national et provincial. Enfin, dans la sixième section, ces résultats sont comparés d'une part, avec les projections de mortalité obtenues avec la méthode originale de Lee-Carter et d'autre part, avec les projections de mortalité officielles de différents organismes et pays industrialisés.

### 2.7.1 L'analyse des paramètres des modèles de projection de la mortalité

#### ***Le profil moyen de la mortalité selon l'âge***

Le paramètre du profil moyen de la mortalité selon l'âge ( $a_x$ ) permet de représenter le niveau de base de la mortalité observé, à chaque âge, au cours de la période de référence, soit 1971 à 2002 et le niveau de base de la mortalité projeté, à chaque âge, au cours de la période de projection, soit 2003 à 2031, pour le Canada et les provinces. La méthode de calcul de ce paramètre demeure inchangée pour les deux modèles de projection de la mortalité.

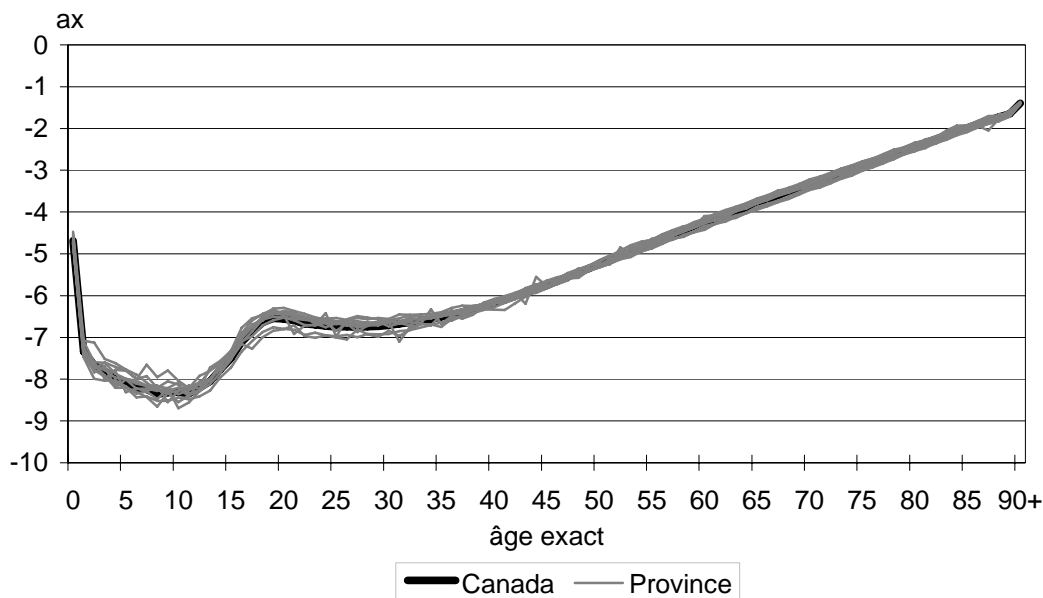
Ainsi, entre 1971 et 2002, le paramètre du profil moyen de la mortalité selon l'âge s'obtient en calculant la moyenne des logarithmes du taux de mortalité sur l'ensemble de cette période, tel qu'illustré par la figure 2.2.

De façon générale, l'exemple des hommes révèle un profil classique d'un pays où la mortalité générale est très faible. La mortalité infantile canadienne est relativement basse et le niveau de mortalité entre un et douze ans est presque nul. À partir de treize ans environ, la mortalité générale augmente jusqu'à l'âge de vingt ans sous l'effet de la mortalité

accidentelle. Un plateau est alors atteint jusqu'à l'âge de quarante ans environ. Puis, enfin, le niveau de la mortalité s'accroît de façon exponentielle après quarante ans.

Les courbes de la figure du profil moyen de la mortalité selon l'âge des femmes du Canada et des provinces au cours de la période 1971-2002 sont similaires à celles des hommes mais leur intensité est moindre, particulièrement entre les âges de treize et quatre-vingt-neuf ans.

**Figure 2.2 Profil moyen de la mortalité masculine selon l'âge ( $a_x$ ), Canada et provinces, période 1971-2002**



Pour les deux modèles de la méthode de Li et Lee, le niveau de base de la mortalité projeté, à chaque âge, au cours de la période de projection diffère du niveau de base de la mortalité observé, à chaque âge, au cours de la période de référence, tel que représenté précédemment. En effet, le niveau de base de la mortalité projeté, correspond au niveau de base de la mortalité observé, en 2002, ceci afin d'arrimer les projections avec les données les plus récemment observées. Ainsi, pour les hommes comme pour les femmes, les courbes de la figure du profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada et des provinces au cours de la période de projection, avec la méthode de Li et Lee, sont similaires à celles observées au cours de la période 1971-2002, bien que d'intensité plus faible.

### ***Le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge***

Le paramètre du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge permet de définir la variation de la mortalité selon l'âge. Il s'agit d'un paramètre invariable dans le temps qui s'exprime différemment selon les deux modèles de la méthode de Li et Lee. La figure 2.3 permet d'illustrer l'allure de la courbe de ce paramètre avec le *common factor model* ( $B_x$ ).

De façon générale, le rythme de variation de la mortalité du Canada, sexes réunis, n'est pas constant selon l'âge mais diminue plutôt avec l'âge conformément à ce qui a été observé pour la période 1971-2002. La diminution de la mortalité a été la plus forte aux très jeunes âges; la diminution est moins importante par la suite, autour de 1 %, pour s'atténuer aux grands âges.

**Figure 2.3 Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du *common factor model* ( $B_x$ ), pour le Canada, sexes réunis**



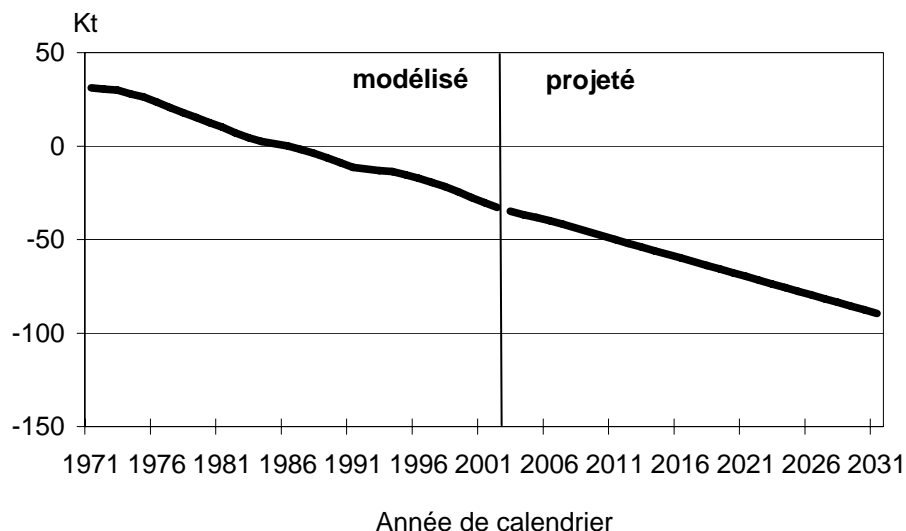
Les valeurs du paramètre du rythme de changement du taux de mortalité, à chaque âge, du *augmented common factor model* ( $b_{x,i}$ ) sont si discontinues qu'aucune tendance ne s'en dégage. Mentionnons que parmi les provinces canadiennes, les valeurs de ce paramètre chez les hommes de l'Ontario et les femmes de l'Île-du-Prince-Édouard sont particulièrement élevées et ressortent. Une forte discontinuité est normale car il s'agit du paramètre résiduel du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du territoire  $i$  après avoir pris en considération le rythme de variation de la mortalité selon l'âge du Canada, sexes réunis.

#### ***Le niveau de la mortalité au temps $t$***

Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  permet de déterminer la variation de la mortalité dans le temps, soit au cours de la période de référence et de projection. Il s'agit du seul paramètre qui est projeté dans le temps; l'aspect « projection » de la mortalité repose donc sur ce seul paramètre. La façon de le formuler diffère selon le modèle de projection de la mortalité.

La figure 2.4 permet de représenter l'allure de la courbe de ce paramètre, entre 1971 et 2031, avec le *common factor model*. De façon générale, on constate que le paramètre de la variation de la mortalité dans le temps du *common factor model* ( $K_t$ ) décroît linéairement au cours de la période d'observation. Conséquemment, il décroît également de façon linéaire au cours de la période de projection.

**Figure 2.4 Niveau de la mortalité au temps  $t$  modélisé (1971-2002) et projeté (2003-2031) avec le *common factor model* ( $K_t$ ), pour le Canada, sexes réunis<sup>46</sup>**



Au cours de la période de référence, les valeurs du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du *augmented common factor model* ( $k_{t,i}$ ), pour le Canada et chacune des provinces, bien que discontinues, convergent autour de zéro. Au cours de la période de projection, la variation de la mortalité dans le temps du *augmented common factor model* demeure stable chez les hommes mais présente une légère hausse chez les femmes et ce, au Canada et dans la plupart des provinces.

Les paramètres du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et du niveau de la mortalité au temps  $t$ , du *augmented common factor model*, n'ont pas été présentés graphiquement ici, du fait de leurs valeurs minimales et erratiques qui empêchent toute présentation visuelle pertinente. À cet effet, il convient de rappeler qu'il s'agit de paramètres résiduels après avoir pris en considération les deux paramètres correspondants du *common factor model*, soit le rythme de variation de la mortalité selon l'âge du Canada, sexes réunis et le niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis.

En fait, cette situation est observée dans le cas de chacune des provinces canadiennes, ce qui laisse suggérer qu'au Canada la mortalité est relativement similaire d'une province à l'autre et que, dans ce contexte, le *common factor model* constituera probablement le modèle de projection le plus approprié.

<sup>46</sup> Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté avec le *common factor model* pour le Canada, sexes réunis, présenté dans cette figure, n'a pas été corrigé.

## 2.7.2 L'analyse de l'espérance de vie projetée pour le Canada et par provinces

Mentionnons tout d'abord que dans le cadre de l'analyse de l'espérance de vie projetée pour le Canada et les provinces canadiennes, il nous est apparu davantage pertinent d'analyser l'écart entre les provinces de l'espérance de vie projetée plutôt que les valeurs des espérances de vie projetées.

L'écart entre les provinces de l'espérance de vie à la naissance, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec le *common factor model* et le *augmented common factor model* de la méthode de Li et Lee, est présenté, selon le sexe, dans le tableau 2.1. Il est à noter que cet écart correspond à la différence entre la province ayant l'espérance de vie la plus élevée et celle ayant la plus faible. Soulignons que cet écart peut impliquer sur des provinces qui peuvent différer selon le sexe, l'année ou la méthode de projection.

**Tableau 2.1 Écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité, selon le sexe**

Sexe	Écart eo observé		Écart eo projeté en 2031	
	1971	2002	CF <i>common factor model</i>	ACF <i>augmented common factor model</i>
<i>Hommes</i>	2,36	2,63	2,66	3,41
<i>Femmes</i>	2,52	2,04	1,63	3,00

Le tableau permet d'illustrer l'absence de divergence et de convergence de l'écart entre les provinces de l'espérance de vie à la naissance au cours de la période de projection, tant chez les hommes que chez les femmes. Ainsi, l'utilisation du *common factor model* et du *augmented common factor model* induit une relative stabilité de l'écart entre les provinces de l'espérance de vie à la naissance projetée, selon le sexe. Cette absence de divergence et de convergence correspond parfaitement avec ce qui a été observé dans un passé récent, tant chez les hommes que chez les femmes. En fait, le cône de projection reste stable dans le temps car les projections de mortalité sont basées non pas sur chacune des provinces ou sur le Canada pris séparément mais plutôt sur la mortalité de l'ensemble des provinces et du Canada. Il apparaît donc clairement que la méthode de projection de la mortalité développée par Nan Li et Ronald Lee semble résoudre le problème de la divergence de la méthode Lee-Carter. Cette méthode permet donc de projeter de façon cohérente les écarts d'espérance de vie à la naissance d'une province à l'autre et ainsi de produire des projections de mortalité cohérentes dans le contexte canadien.

### 2.7.3 L'analyse de l'espérance de vie projetée par sexe pour le Canada et les provinces

Le tableau 2.2 présente l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec le *common factor model* et le *augmented common factor model* de la méthode de Li et Lee, pour le Canada et ses provinces.

Avant tout, on constate la présence d'une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance, projetée avec les deux modèles de la méthode de Li et Lee, entre les sexes. La forme du cône de projection, par son rétrécissement, illustre cette convergence. Par exemple, au Québec, l'écart entre les sexes est passé de 5,4 ans en 2002 à 4,5 ans en 2031 pour le *common factor model* et à 3,8 ans en 2031 pour le *augmented common factor model*.

**Tableau 2.2 Écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité, Canada et provinces**

Province/Pays	Écart eo observé		Écart eo projeté en 2031	
	1971	2002	CF <i>common factor model</i>	ACF <i>augmented common factor model</i>
<i>Canada</i>	7,0	4,9	4,1	3,7
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	6,1	5,3	5,0	5,6
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	8,0	5,7	4,9	5,1
<i>Nouvelle-Écosse</i>	7,5	5,1	4,1	4,2
<i>Nouveau-Brunswick</i>	7,2	5,6	4,5	4,7
<i>Québec</i>	6,9	5,4	4,5	3,8
<i>Ontario</i>	7,1	4,5	3,8	3,4
<i>Manitoba</i>	6,8	5,2	4,2	2,8
<i>Saskatchewan</i>	7,0	5,8	4,6	4,1
<i>Alberta</i>	6,9	4,8	3,9	2,6
<i>Colombie-Britannique</i>	7,0	4,8	4,0	4,1

Ainsi, l'utilisation de la méthode développée par Nan Li et Ronald Lee pour la projection de la mortalité par sexe pour le Canada et les provinces paraît, cette fois encore, adéquate et cohérente avec le passé récent. Celui-ci révèle en effet une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, observée depuis 1979 au Canada (Nault, 1997). Cette méthode permet donc de projeter de façon cohérente les écarts d'espérance de vie à la naissance entre les sexes et ainsi de produire des projections de mortalité cohérentes dans le contexte canadien.



#### 2.7.4 Le choix du modèle de projection approprié pour le Canada et par province

L'objectif de l'exercice est de produire des projections de mortalité cohérentes pour le Canada et ses provinces, selon le sexe. En fonction de cet objectif, nos projections de mortalité doivent composer avec différentes contraintes afin de projeter de façon cohérente les écarts d'espérance de vie à la naissance entre les provinces mais aussi entre les sexes. La cohérence des projections de mortalité est donc au cœur du choix du modèle le plus approprié pour le Canada et les provinces.

Deux principaux outils sont à notre disposition pour faire la comparaison des deux modèles de projection de la mortalité de la méthode de Li et Lee. Tout d'abord, les « explanation ratios » sont des indices qui permettent de quantifier, entre 0 et 1, le niveau d'ajustement de chacun de ces deux modèles aux données observées au Canada et dans chacune de ses provinces au cours de la période de référence. Puis, l'analyse de l'espérance de vie à la naissance observée au Canada et dans chacune de ses provinces en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec ces deux modèles de projection permet de déterminer si la tendance observée au cours de la période de référence se poursuit à l'horizon 2031 et de quelle façon elle évolue pour chacun de ces deux modèles. Ainsi, le premier outil permet de déterminer la précision de la modélisation de la mortalité de chacun des deux modèles de projection au cours de la période de référence. Tandis que le second outil permet d'évaluer la cohérence des projections de mortalité obtenues avec ces deux modèles au cours de la période de projection.

Les deux tableaux suivants affichent, pour un sexe donné, les valeurs obtenues, pour le Canada et chacune de ses provinces, pour deux des trois indices appelés « explanation ratios », soient le *Common Factor Explanation Ratio* ( $R_c(i)$ ) et le *Augmented Common Factor Explanation Ratio* ( $R_{AC}(i)$ ).

**Tableau 2.3 Indices ou « explanation ratios » des hommes, Canada et provinces, période 1971-2002**

Province/Pays	Indices	
	$R_c(i)$	$R_{AC}(i)$
Canada	0,95	0,96
Terre-Neuve-et-Labrador	0,34	0,45
Île-du-Prince-Édouard	0,24	0,36
Nouvelle-Écosse	0,58	0,65
Nouveau-Brunswick	0,57	0,66
Québec	0,87	0,92
Ontario	0,88	0,91
Manitoba	0,49	0,57
Saskatchewan	0,48	0,56
Alberta	0,73	0,79
Colombie-Britannique	0,76	0,83

**Tableau 2.4 Indices ou « *explanation ratios* » des femmes, Canada et provinces, période 1971-2002**

Province/Pays	Indices	
	<i>R<sub>c</sub>(i)</i>	<i>R<sub>Ac</sub>(i)</i>
<i>Canada</i>	0,90	0,93
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	0,15	0,30
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	0,11	0,23
<i>Nouvelle-Écosse</i>	0,33	0,45
<i>Nouveau-Brunswick</i>	0,35	0,47
<i>Québec</i>	0,82	0,86
<i>Ontario</i>	0,81	0,85
<i>Manitoba</i>	0,13	0,31
<i>Saskatchewan</i>	0,21	0,35
<i>Alberta</i>	0,50	0,60
<i>Colombie-Britannique</i>	0,66	0,74

Les deux tableaux suivants illustrent, pour les hommes et puis pour les femmes, les valeurs de l'espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité pour le Canada et ses provinces, ainsi que leur rang provincial, présenté entre parenthèses.

**Tableau 2.5 Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité pour les hommes, Canada et provinces**

Province/Pays	Espérance de vie observée		Espérance de vie projetée en 2031	
	1971	2002	CF	ACF
			<i>common factor model</i>	<i>augmented common factor model</i>
<i>Canada</i>	69,6	77,2	81,9	81,9
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	69,9 (5)	75,6 (9)	80,1 (10)	79,3 (10)
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	69,3 (7)	75,6 (9)	80,7 (9)	80,5 (9)
<i>Nouvelle-Écosse</i>	68,8 (9)	76,4 (5)	81,1 (7)	81,1 (7)
<i>Nouveau-Brunswick</i>	69,3 (7)	76,4 (5)	81,3 (4)	81,2 (6)
<i>Québec</i>	68,5 (10)	76,6 (4)	81,3 (4)	81,6 (4)
<i>Ontario</i>	69,8 (6)	77,7 (2)	82,2 (2)	82,2 (3)
<i>Manitoba</i>	70,3 (3)	76,0 (8)	81,1 (7)	81,0 (8)
<i>Saskatchewan</i>	70,9 (1)	76,3 (7)	81,3 (4)	81,3 (5)
<i>Alberta</i>	70,7 (2)	77,3 (3)	82,2 (2)	82,3 (2)
<i>Colombie-Britannique</i>	70,1 (4)	78,2 (1)	82,8 (1)	82,8 (1)

Les chiffres entre parenthèses présentent le rang provincial.

**Tableau 2.6 Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les deux modèles de projection de la mortalité pour les femmes, Canada et provinces**

Province/Pays	Espérance de vie observée		Espérance de vie projetée en 2031	
	1971	2002	CF <i>common factor model</i>	ACF <i>augmented common factor model</i>
Canada	76,6	82,2	86,0	85,6
Terre-Neuve-et-Labrador	75,9 (9)	80,9 (10)	85,1 (10)	84,9 (9)
Île-du-Prince-Édouard	77,3 (3)	81,3 (8)	85,6 (7)	85,6 (3)
Nouvelle-Écosse	76,3 (8)	81,5 (7)	85,3 (8)	85,3 (7)
Nouveau-Brunswick	76,5 (7)	82,0 (6)	85,8 (5)	85,8 (2)
Québec	75,4 (10)	82,1 (3)	85,8 (5)	85,4 (5)
Ontario	76,9 (6)	82,2 (2)	85,9 (3)	85,6 (3)
Manitoba	77,1 (4)	81,2 (9)	85,3 (8)	83,9 (10)
Saskatchewan	77,9 (1)	82,1 (3)	85,9 (3)	85,4 (5)
Alberta	77,6 (2)	82,1 (3)	86,1 (2)	85,0 (8)
Colombie-Britannique	77,1 (4)	82,9 (1)	86,7 (1)	86,9 (1)

Les chiffres entre parenthèses présentent le rang provincial.

Les indices des hommes du Canada et des provinces présentent des tendances similaires à ceux des femmes bien qu'ils affichent des valeurs qui leur sont nettement supérieures. Avant tout, on constate que l'indice  $R_{ac}(i)$  est toujours un peu plus élevé que l'indice  $R_c(i)$ , ce qui s'explique par le fait qu'il est le seul de ces deux modèles à prendre en considération les particularités de la mortalité du Canada et des provinces. En effet, le *augmented common factor model* prend non seulement en considération la tendance de mortalité commune à l'ensemble des provinces canadiennes mais aussi la spécificité de la mortalité de la province ou du pays projeté, c'est ce qui explique pourquoi il modélise avec plus de précision la mortalité observée au cours de la période de référence. Par ailleurs, les indices du Canada et des provinces du Québec, de l'Ontario, de l'Alberta et de la Colombie-Britannique apparaissent comme ceux dont les valeurs sont les plus élevées. De ce fait, il s'agit de ceux dont la mortalité est la mieux modélisée par les différents indices au cours de la période de référence. Un tel résultat est facilement explicable par la taille plus importante de la population de ces provinces.

La tendance de l'espérance de vie à la naissance observée entre 1971 et 2002 se poursuit au cours de la période de projection avec les deux modèles de projection de la méthode de Li et Lee. En effet, le *common factor model* et le *augmented common factor model* poursuivent la tendance, ni convergente ni divergente de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observée au cours de la période de référence. Par ailleurs, pour le Canada et chacune de ses provinces, le *common factor model* et le *augmented common factor model* poursuivent également la tendance observée entre 1971 et 2002, soit une convergence de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes. Il apparaît donc clairement que la tendance de l'espérance de vie à la naissance projetée avec les deux

modèles de la méthode de Li et Lee évolue de façon cohérente. Le rang des espérances de vie à la naissance des provinces canadiennes permet d'ailleurs d'illustrer ces résultats.

Les indices développés par Li et Lee, appelés « explanation ratios », permettent de conclure que les deux modèles de projection de la mortalité ajustent avec suffisamment de précision les données observées au Canada et dans chacune de ses provinces au cours de la période de référence. Toutefois, c'est le *augmented common factor model* qui modélise avec le plus de précision la mortalité observée au cours de cette période. En fait, les deux modèles présentent généralement des indices dont les valeurs sont assez similaires et dont les variations sont difficiles à évaluer étant donné l'impact de l'effectif de population sur celles-ci (plus l'effectif de population est important, plus la valeur de l'indice est élevée). Ce premier outil apporte donc peu d'indications pour aider à choisir le modèle de projection de mortalité approprié pour le Canada et les provinces.

Quant au second outil, il indique très clairement que la tendance observée de l'espérance de vie à la naissance, au Canada et dans chacune de ses provinces, au cours de la période de référence, se poursuit de façon cohérente au cours de la période de projection avec les deux modèles de la méthode de Li et Lee.

Finalement, les conclusions auxquelles permettent de parvenir ces outils sont nuancées par une analyse de l'ensemble des résultats obtenus avec les deux modèles de projection. Il apparaît alors logique de préférer le *common factor model* au *augmented common factor model* pour la projection de la mortalité des hommes et des femmes du Canada et des provinces. En effet, non seulement le *common factor model* modélise avec suffisamment de précision la mortalité observée et projette de façon cohérente la mortalité, mais surtout, il semble poursuivre plus adéquatement les tendances observées de la mortalité au Canada et dans chacune des provinces au cours de la période de projection et ce, pour chacun des deux sexes pris séparément. De plus, le *augmented common factor model* pourrait ajouter de l'imprécision aux projections de mortalité de certaines provinces de petite taille car la projection de leur paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  ( $k_{t,i}$ ), déjà très instable au départ, avec les modèles de séries chronologiques univariés ARIMA, s'est avérée particulièrement difficile. En ce sens, l'exemple de l'Île-du-Prince-Édouard a déjà été présenté dans la partie précédente. Enfin, l'absence de différences majeures entre la mortalité des provinces canadiennes ainsi que la forte similarité qu'elle présente entre elles permettent de justifier le choix du *common factor model* plutôt que celui du *augmented common factor model*.

## **2.7.5 Les projections de mortalité pour le Canada, à l'échelon national et provincial**

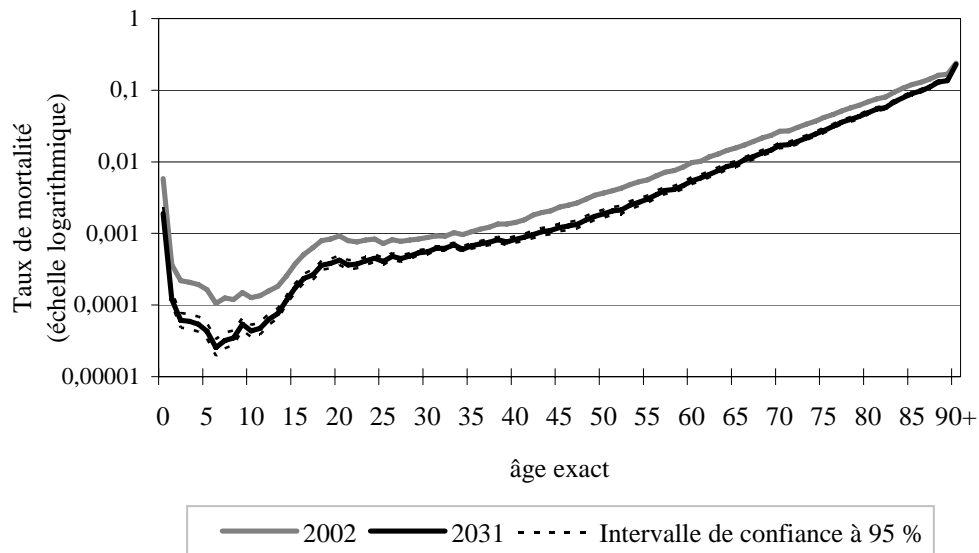
### *2.7.5.1 La projection de la mortalité du Canada à l'échelon national*

Les taux de mortalité au Canada, par année d'âge, observés en 2002 et projetés en 2031 avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 %, sont présentés, selon le sexe, dans les figures 2.5 et 2.6, respectivement.

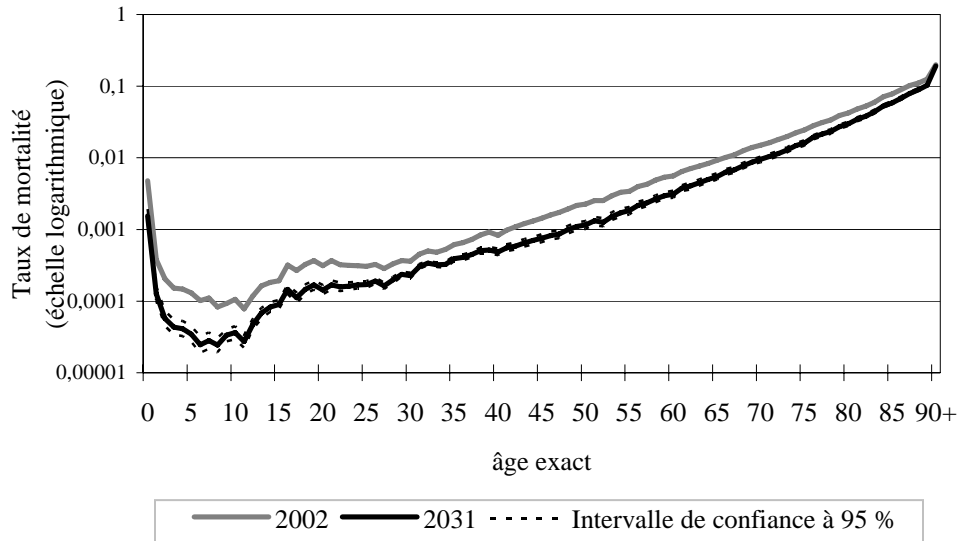
De façon générale, les taux de mortalité canadien, par année d'âge, illustrent le profil classique d'un pays où la mortalité générale est très faible. De plus, on constate que, pour un sexe donné, le taux de mortalité canadien par année d'âge observé en 2002 présente une forme analogue à celui projeté en 2031 et ce, bien que ce dernier soit nettement inférieur à chaque âge, principalement entre deux et treize ans.

Par ailleurs, il apparaît clairement que le profil de mortalité des Canadiennes est similaire à celui des Canadiens mais avec une intensité moindre, plus particulièrement entre treize et quatre-vingt-neuf ans.

**Figure 2.5 Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 %, Canada, hommes**

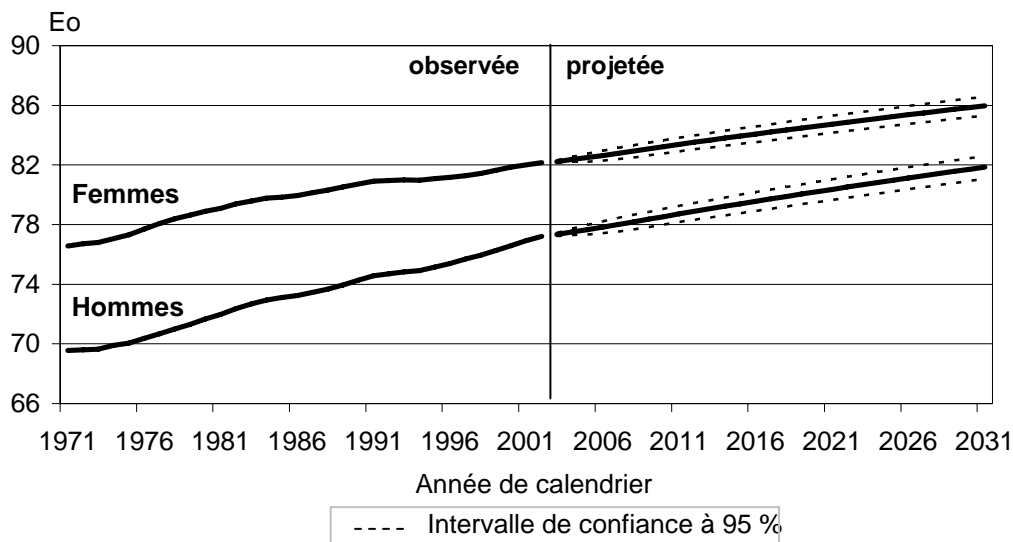


**Figure 2.6 Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le *common factor model* et leur intervalle de confiance à 95 %, Canada, femmes**



La figure 2.7 illustre l'évolution de l'espérance de vie à la naissance au Canada, selon le sexe, pour la période d'observation, de 1971 à 2002, et pour la période projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %.

**Figure 2.7 Espérances de vie à la naissance observées (1971-2002) et projetée (2003-2031) avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada**

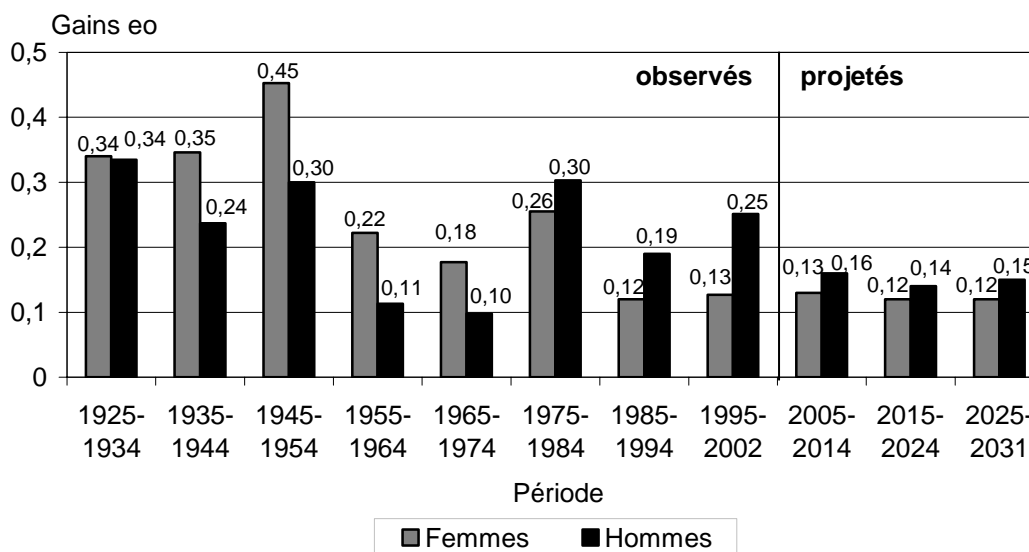


Au Canada, l'espérance de vie à la naissance observée en 2002 est de 77,2 ans pour les hommes et de 82,2 ans pour les femmes. Quant à l'espérance de vie à la naissance projetée avec le *common factor model*, elle atteint en 2031 la valeur de 81,9 ans chez les hommes et de 86,0 ans chez les femmes. En 2031, les valeurs de l'intervalle de confiance à 95 % sont comprises entre 81,1 ans et 82,6 ans chez les hommes et entre 85,3 ans et 86,6 ans chez les femmes. Il est important de souligner que les bornes inférieures et supérieures de l'intervalle de confiance à 95 % représentent, respectivement, les scénarios faible et fort de mortalité tandis que l'espérance de vie projetée avec le *common factor model* constitue le scénario moyen de nos projections de mortalité.

Il ressort particulièrement de la figure 2.7 que la projection de la mortalité canadienne avec le *common factor model* conduit à une convergence évidente de l'écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance projetée, laquelle cadre parfaitement avec ce qui a été observé dans un passé récent. En effet, l'écart entre les femmes et les hommes du Canada est passé de 7,0 ans en 1971, à 4,9 ans en 2002 et à 4,1 ans en 2031.

Au Canada, cette diminution de l'écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance projetée s'explique en partie par le fait que nos projections impliquent des gains annuels moyens sur les décennies prochaines plus importants chez les hommes que chez les femmes, tel qu'on peut le constater dans la figure 2.8. D'ailleurs, cette figure permet aussi d'illustrer qu'il s'agit d'une tendance déjà observée dans le passé récent au Canada.

**Figure 2.8 Gains annuels moyens de l'espérance de vie à la naissance observés (1925-1934 à 1995-2002) et projetés (2005-2014 à 2025-2031) avec le *common factor model*, par période de dix ans, selon le sexe, Canada**



### 2.7.5.2 La projection de la mortalité du Canada à l'échelon provincial

Les espérances de vie à la naissance des provinces canadiennes observées en 2002 et projetées en 2031 avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 %, sont présentées, selon le sexe, dans les tableaux 2.7 et 2.8, respectivement.

**Tableau 2.7 Espérances de vie à la naissance observées en 2002 et projetées en 2031 avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 %, par provinces, hommes**

Province	Espérance de vie observée	Espérance de vie projetée en 2031		
	2002	IC 95 % Borne inférieure	CF <i>common factor model</i>	IC 95 % Borne supérieure
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	75,6	79,3	80,1	80,8
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	75,6	79,8	80,7	81,5
<i>Nouvelle-Écosse</i>	76,4	80,3	81,1	81,9
<i>Nouveau-Brunswick</i>	76,4	80,5	81,3	82,1
<i>Québec</i>	76,6	80,5	81,3	82,0
<i>Ontario</i>	77,7	81,4	82,2	82,9
<i>Manitoba</i>	76,0	80,3	81,1	81,9
<i>Saskatchewan</i>	76,3	80,5	81,3	82,1
<i>Alberta</i>	77,3	81,4	82,2	83,0
<i>Colombie-Britannique</i>	78,2	82,0	82,8	83,5

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

**Tableau 2.8 Espérances de vie à la naissance observées en 2002 et projetées en 2031 avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 %, par provinces, femmes**

Province	Espérance de vie observée	Espérance de vie projetée en 2031		
	2002	IC 95 % Borne inférieure	CF <i>common factor model</i>	IC 95 % Borne supérieure
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	80,9	84,4	85,1	85,8
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	81,3	84,9	85,6	86,2
<i>Nouvelle-Écosse</i>	81,5	84,6	85,3	85,9
<i>Nouveau-Brunswick</i>	82,0	85,2	85,8	86,5
<i>Québec</i>	82,1	85,2	85,8	86,4
<i>Ontario</i>	82,2	85,3	85,9	86,5
<i>Manitoba</i>	81,2	84,6	85,3	86,0
<i>Saskatchewan</i>	82,1	85,2	85,9	86,5
<i>Alberta</i>	82,1	85,5	86,1	86,8
<i>Colombie-Britannique</i>	82,9	86,1	86,7	87,4

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.



Parmi les dix provinces canadiennes, la Colombie-Britannique est celle dont l'espérance de vie à la naissance, observée en 2002 et projetée en 2031 avec le *common factor model*, est la plus élevée. En effet, elle présente, chez les hommes et les femmes respectivement, des espérances de vie observées de 78,2 ans et de 82,9 ans en 2002 et des espérances de vie projetées de 82,8 ans et 86,7 ans en 2031. C'est à Terre-Neuve-et-Labrador que les espérances de vie à la naissance sont les plus faibles en 2002 et 2031, soit de 75,6 ans et de 80,9 ans en 2002 et de 80,1 ans et 85,1 ans en 2031, respectivement pour les hommes et les femmes.

Le Québec est au quatrième rang des provinces pour l'espérance de vie en 2002 chez les hommes et au cinquième rang chez les femmes. En fait, au Québec, l'espérance de vie à la naissance observée en 2002 est de 76,6 ans chez les hommes et de 82,1 ans chez les femmes. Tandis qu'à plus long terme, soit en 2031, le Québec glisserait en sixième place chez les hommes et chez les femmes. Plus précisément, le *common factor model* projette en 2031 une espérance de vie à la naissance de 81,3 ans chez les hommes et de 85,8 ans chez les femmes. En 2031, les valeurs de l'intervalle de confiance à 95 % sont comprises entre 80,5 ans et 82,0 ans chez les hommes et entre 85,2 ans et 86,4 ans chez les femmes.

De plus, il ressort de ces deux tableaux que la projection de la mortalité canadienne avec le *common factor model* conduit à une absence de divergence et de convergence de l'écart entre la province ayant l'espérance de vie projetée la plus élevée et celle ayant la plus faible. En effet, l'écart entre les valeurs extrêmes de 2,6 ans en 2002 à 2,7 ans en 2031 chez les hommes et passe de 2,0 ans en 2002 à 1,6 ans en 2031 chez les femmes. Ainsi, la projection de la mortalité avec le *common factor model* conduit à une stabilité manifeste de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces qui correspond parfaitement avec ce qui a été observé dans un passé récent et ce, pour les deux sexes.

Le tableau 2.9 montre l'écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance, selon les provinces; on y retrouve à la fois l'écart observé entre les sexes en 2002 et l'écart projeté entre les sexes en 2031. Il est à noter que l'écart projeté pour les provinces canadiennes, présenté dans ce tableau, a été obtenu suite à la projection de l'espérance de vie à la naissance avec le *common factor model*.

**Tableau 2.9 Écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance, observé en 2002 et projeté en 2031, selon la province**

Province	Écart eo	
	2002	2031
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	5,3	5,0
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	5,7	4,9
<i>Nouvelle-Écosse</i>	5,1	4,1
<i>Nouveau-Brunswick</i>	5,6	4,5
<i>Québec</i>	5,4	4,5
<i>Ontario</i>	4,5	3,8
<i>Manitoba</i>	5,2	4,2
<i>Saskatchewan</i>	5,8	4,6
<i>Alberta</i>	4,8	3,9
<i>Colombie-Britannique</i>	4,8	4,0

Parmi les provinces canadiennes, l'écart entre les sexes le plus élevé observé en 2002 a été enregistré en Saskatchewan (5,8 ans) tandis que l'écart projeté en 2031 le plus important est obtenu pour Terre-Neuve-et-Labrador (5,0 ans). L'Ontario est la province qui obtient à la fois les écarts entre les sexes observés (4,5 ans) et projetés (3,8 ans) les plus faibles. Entre 2002 et 2031, dans toutes les provinces, on prévoit une réduction de l'écart entre les sexes de l'espérance de vie à la naissance. La plus forte baisse de l'écart est projetée pour la Saskatchewan (1,3 ans) et la plus faible pour Terre-Neuve-et-Labrador (0,3 an). Le Québec occupe une position relativement médiane tant pour l'écart entre les sexes observé en 2002 (5,4 ans) ou projeté en 2031 (4,5 ans) que pour la réduction de l'écart entre 2002 et 2031 (0,9 an).

Ainsi, il apparaît clairement que la projection de la mortalité des provinces canadiennes avec le *common factor model* conduit à une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes qui correspond exactement avec ce qui a été observé dans un passé récent.

### **2.7.6 Les comparaisons des projections de mortalité**

Cette partie présente d'une part, une comparaison entre les projections de mortalité réalisées au cours de cette étude et celles obtenues avec la méthode Lee-Carter et d'autre part, des comparaisons entre nos projections de mortalité et les projections de mortalité officielles des organismes ou des pays suivants : Statistique Canada, l'Institut de la Statistique du Québec et quatre grands pays industrialisés, soient les États-Unis, la France, le Japon et le Royaume-Uni.

### 2.7.6.1 La comparaison avec les projections de mortalité obtenues avec la méthode Lee-Carter

Afin d'attester de la fiabilité de nos résultats, nous avons calculé des projections de mortalité avec la méthode originale de Lee-Carter et nous les avons ensuite comparées avec nos projections de mortalité réalisées avec le *common factor model* de la méthode de Li et Lee.

L'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec le *common factor model* et la méthode Lee-Carter, est présenté, selon le sexe, dans le tableau 2.10.

**Tableau 2.10 Écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observé en 1971 et 2002 et projeté en 2031 avec le *common factor model* et la méthode Lee-Carter, selon le sexe**

Sexe	Écart eo observé		Écart eo projeté en 2031	
	1971	2002	CF <i>common factor model</i>	LC <i>Lee-Carter</i>
<i>Hommes</i>	2,36	2,63	2,66	4,76
<i>Femmes</i>	2,52	2,04	1,63	3,76

On remarque que la projection de la mortalité avec la méthode Lee-Carter conduit à un agrandissement évident de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces. En effet, l'écart entre les valeurs extrêmes de l'espérance de vie des provinces est passé de 2,36 ans en 1971, à 2,63 ans en 2002 et à 4,76 ans en 2031 chez les hommes et de 2,52 ans en 1971, à 2,04 ans en 2002 et à 3,76 ans en 2031 chez les femmes. Visiblement, le cône de projection s'élargit dans le temps.

La méthode de projection Lee-Carter conduit donc clairement à une forte divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, ceci en raison du fait que l'espérance de vie de chaque province est projetée séparément. Cette divergence est peu réaliste étant donné qu'elle n'a pas été observée dans un passé récent et que les conditions sociales et sanitaires ont tendance à converger d'une province à l'autre.

D'un autre côté, comme nous l'avons déjà vu, les projections de mortalité réalisées avec le *common factor model* semblent plus près de la réalité et poursuivent la tendance, ni convergente ni divergente de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observée au cours de la période de référence, tant chez les hommes que chez les femmes. Cette stabilité s'explique par le fait que l'espérance de vie des provinces est projetée de façon regroupée plutôt que séparément.

### 2.7.6.2 Les comparaisons avec des projections de mortalité officielles

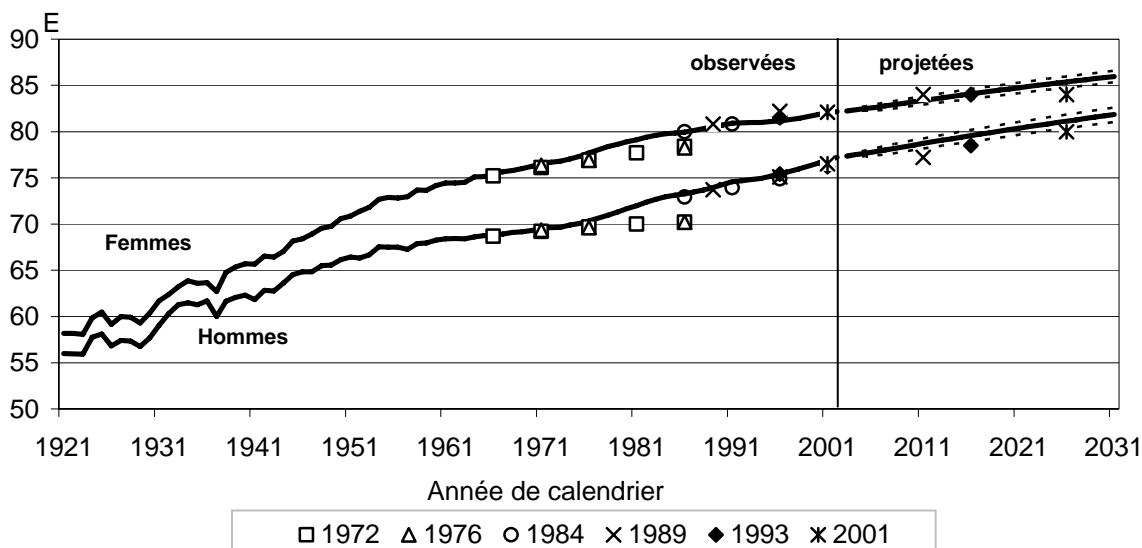
#### Les comparaisons avec les anciennes projections de mortalité officielles de Statistique Canada

La comparaison de nos projections de mortalité avec les anciennes projections de Statistique Canada (George, 1999) permet d'évaluer nos projections en fonction des travaux antérieurs de Statistique Canada.

La figure 2.9 illustre les espérances de vie à la naissance au Canada, selon le sexe, observées entre 1921 et 2002, projetées entre 2003 et 2031 avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 % et projetée par Statistique Canada au cours des trente dernières années, soit celles publiées en 1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001.

Avant tout, on remarque que les projections officielles de 1972 et 1976 sous-estimaient alors l'espérance de vie à la naissance qui a été observée depuis, tandis que celles de 1984 en étaient plutôt une représentation assez fidèle. Quant aux dernières projections publiées par Statistique Canada, soient les projections officielles de 1989, 1993 et 2001, elles semblent pour l'instant assez représentatives de l'espérance de vie à la naissance observée à ce jour.

**Figure 2.9** Espérances de vie à la naissance observées (1921-2002), projetées avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée par Statistique Canada (1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001), selon le sexe, Canada



On constate que nos projections de l'espérance de vie des hommes et des femmes du Canada avec le *common factor model* sont un peu plus optimistes que celles des dernières projections officielles de Statistique Canada, particulièrement celles publiées en 2001 qui sont une réplique presque exacte de celles parues en 1993. Cette similarité entre les projections publiées en 1993 et 2001 explique en partie pourquoi nos projections sont résolument plus optimistes que les projections officielles de 2001. Par ailleurs, il apparaît

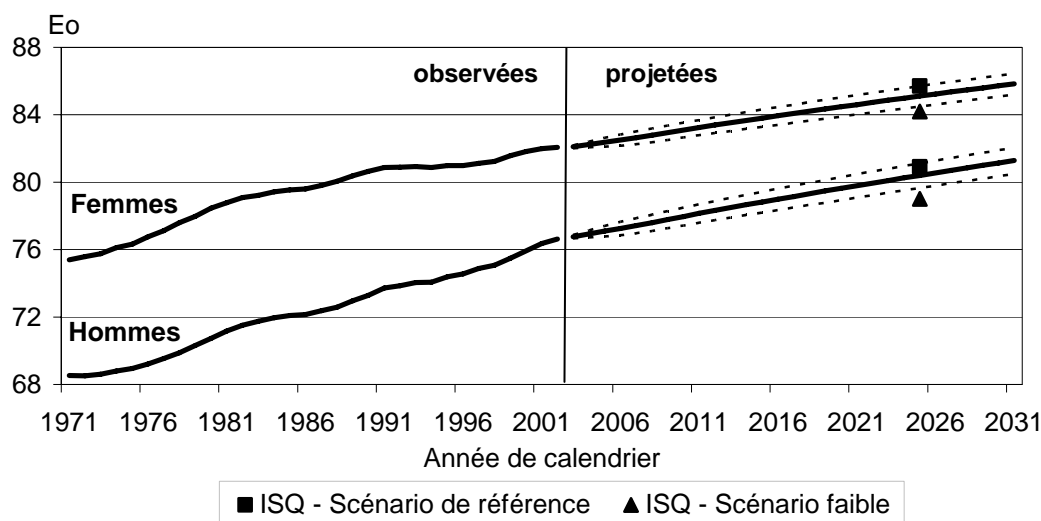
clairement que l'intervalle de confiance à 95 % de nos projections couvre, pour les hommes et les femmes, respectivement, les projections officielles de 1993 et 2001 et celles de 1989 et 1993 tandis qu'il s'approche fortement, mais sans les couvrir, des projections officielles de Statistique Canada des hommes, publiées en 1989 et des femmes, publiées en 2001. Cette comparaison permet ainsi de conclure que nos projections de l'espérance de vie avec le *common factor model*, bien qu'un peu plus optimistes, se situent dans les tendances des dernières projections officielles de Statistique Canada.

### **Les comparaisons avec les projections de mortalité officielles de l'Institut de la statistique du Québec**

Comparons maintenant nos projections de mortalité avec les dernières projections officielles de l'ISQ (Thibault, Létourneau et Girard, 2004).

La figure 2.10 présente d'une part, les espérances de vie à la naissance au Québec, selon le sexe, pour la période d'observation, de 1971 à 2002, et pour la période projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 % et d'autre part, les projections de l'espérance de vie, selon le scénario de référence et le scénario faible, publiées par l'Institut de la statistique du Québec (ISQ) en 2003.

**Figure 2.10** Espérances de vie à la naissance observées (1971-2002), projetées avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée, selon deux scénarios, par l'Institut de la Statistique du Québec (2025), selon le sexe, Québec



Tout d'abord, on constate que nos projections de mortalité pour le Québec sont légèrement plus pessimistes que celles du scénario de référence de l'ISQ. Toutefois, ces différences peuvent être qualifiées de minimales car la différence entre ces deux projections est de 0,5 années chez les hommes et de 0,6 années chez les femmes en 2025. Par ailleurs, on voit clairement que l'intervalle de confiance à 95 % de notre projection de l'espérance de vie au Québec, selon le sexe, couvre l'hypothèse de référence de l'ISQ.

De plus, les projections de notre scénario de mortalité faible, représentées par la borne inférieure de l'intervalle de confiance à 95 % sont, cette fois, légèrement plus optimistes que celles du scénario faible de l'ISQ. Encore une fois, ces différences peuvent être considérées comme minimales car elles sont de l'ordre de 0,7 années chez les hommes et de 0,3 années chez les femmes en 2025. Ainsi, cette comparaison montre que nos projections de l'espérance de vie avec le *common factor model*, bien que légèrement plus pessimistes, sont relativement similaires aux dernières projections officielles de l'ISQ.

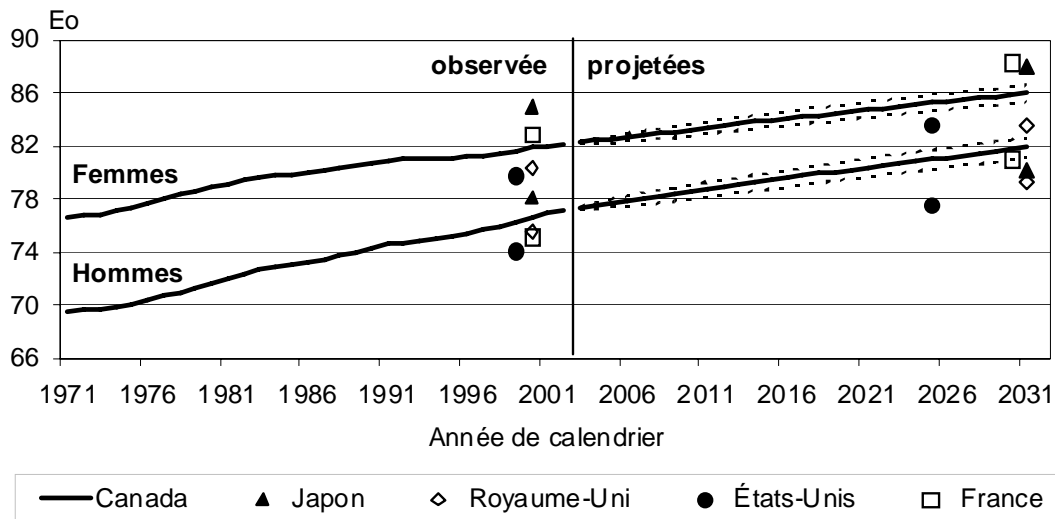
### ***Les comparaisons avec les projections de mortalité officielles de quatre pays industrialisés***

Finalement, comparons nos projections de mortalité avec les projections officielles publiées récemment par les organismes statistiques nationaux des États-Unis, de la France, du Japon et du Royaume-Uni.

Plus exactement, il s'agit des publications officielles du *U.S. Bureau of Census* des États-Unis (Hollmann, Mulder, et Kallan, 2000), de l'*Institut National de la Statistique et des Études Économiques* en France (Brutel et Omalek, 2003), du *National Institute of Population and Social Security Research* (2002) du Japon et de l'*Office of National Statistics* du Royaume-Uni (*Government Actuary's Department*, 2002).

La figure 2.11 présente, selon le sexe, l'espérance de vie à la naissance observée au Canada, entre 1971 et 2002, aux États-Unis en 1999, en France, au Japon et au Royaume-Uni en 2000, l'espérance de vie au Canada avec son intervalle de confiance à 95 %, entre 2003 et 2031 projetée, avec le *common factor model* et l'espérance de vie projetée aux États-Unis en 2025, en France en 2030 et au Japon et au Royaume-Uni en 2031.

**Figure 2.11** Espérances de vie à la naissance observées au Canada (1971-2002), aux États-Unis (1999), en France (2000), au Japon (2000) et au Royaume-Uni (2000), projetées avec le *common factor model* et les intervalles de confiance à 95 % pour le Canada (2003-2031) et projetée pour les États-Unis (2025), la France (2030), le Japon (2031) et le Royaume-Uni (2031), selon le sexe



De façon générale, on constate qu'en 2000 les espérances de vie à la naissance des Japonaises et des Françaises sont plus élevées que celle des Canadiennes. Les projections officielles du Japon et de la France indiquent d'ailleurs toujours cette avance vis-à-vis nos projections de l'espérance de vie chez les Canadiennes. Dans le même ordre, les projections officielles du Royaume-Uni et des États-Unis indiquent un retard déjà présent en 2000 vis-à-vis nos projections, tant chez les femmes que chez les hommes, tandis que les projections officielles pour les hommes de la France montrent le même retard que celui qui a été observé en 2000 face à nos projections pour les Canadiens.

Cependant, on remarque qu'une inversion de la tendance observée semble se produire entre l'avance des Japonais observée en 2000 et le retard projeté officiellement par le Japon vis-à-vis notre projection de l'espérance de vie chez les Canadiens. Cette inversion semble être due à l'organisme statistique officiel du Japon qui prévoit une faible hausse de l'espérance de vie des Japonais. Ainsi, cette comparaison internationale entre le Canada, les États-Unis, la France, le Japon et le Royaume-Uni permet d'arriver à la conclusion selon laquelle nos projections de mortalité semblent tout à fait cohérentes non seulement avec la situation de l'espérance de vie à la naissance en 1999 aux États-Unis et en 2000 en France, au Japon et au Royaume-Uni mais également avec celle des dernières projections officielles publiées par les organismes statistiques nationaux de ces quatre pays industrialisés.

## 2.8 CONCLUSION

Cette deuxième partie du document a traité d'un exemple pratique de projection de la mortalité du Canada et des provinces, à l'horizon 2031. La méthode utilisée et ses étapes de calcul y sont décrites en détail. On y retrouve les balises présentées dans la première partie du document permettant de déterminer que la famille des méthodes quantitatives non-explicatives et explicatives est celle qui convient le mieux. Nous avons constaté que parmi cette famille de méthodes, celle de Li et Lee présente la plus forte adéquation en fonction des objectifs de l'exercice. Cette méthode consiste à appliquer séparément deux modèles de projection de la mortalité, le *common factor model* et le *augmented common factor model* et à ensuite choisir le modèle le plus approprié aux données après comparaison des résultats obtenus.

Toutefois, dans le cadre de cet exercice, cette comparaison fait ressortir le *common factor model* comme étant le modèle qui répond le mieux aux objectifs. L'analyse des résultats obtenus avec ce modèle permet de démontrer leur cohérence, non seulement par rapport à la mortalité observée, mais également par rapport aux projections de mortalité officielles publiées par différents organismes statistiques.



## CONCLUSION GÉNÉRALE

Il existe, nous l'avons vu, de nombreuses façons d'aborder l'élaboration de scénarios prospectifs de l'état de santé de la population et de calculer des projections. Cependant, certaines balises permettent de restreindre le choix de la méthode appropriée assez rapidement et pour certains phénomènes depuis longtemps étudiés, le choix de la méthode s'impose pratiquement de lui-même, à condition que le contexte (la disponibilité des données, des ressources, de l'expertise, etc.) le permette. C'est le cas notamment des projections de mortalité globale, dont nous avons présenté un exemple détaillé dans la seconde partie de ce document.

Ainsi, l'exercice de projection de la mortalité pour le Canada et les provinces canadiennes, a permis d'illustrer en quoi consiste une démarche d'élaboration de scénarios prospectifs de l'état de santé de la population. Afin de faciliter la reproduction de cet exercice dans d'autres contextes, nous nous sommes efforcés de décrire avec précision les principales étapes à suivre : le choix de la méthode à adopter, les données nécessaires à son application, les étapes de calcul et enfin, les différentes analyses de validité et de cohérences des résultats obtenus. Cet exercice démontre qu'il est possible de l'appliquer au contexte québécois afin de produire des projections de mortalité nationales et régionales, au niveau des régions sociosanitaires, par exemple. Toutefois, les données nécessaires devront être disponibles pour une période d'au moins trente ans et être suffisamment fiables. Soulignons également qu'il pourrait s'avérer difficile de projeter la mortalité de régions de très petite taille.

Enfin, il demeure que cet exercice peut servir de point de départ à l'élaboration de futurs scénarios prospectifs de la mortalité globale.



## RÉFÉRENCES

- Agence de santé publique du Canada (2007). *Santé de la population : définir la notion de santé*. <http://www.phac-aspc.gc.ca/ph-sp/ddsp/approche/index.html>. Consulté le 20 novembre 2007.
- Alho, J.M., et B.D. Spencer (1990). Error Models for Official Mortality Forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 85, no 411, pp. 609-616.
- Base de données de l'État civil canadien.
- Base de données sur la longévité canadienne (BDLC). Université de Montréal, Département de démographie. Données consultées le 24 octobre 2003. Disponible sur le site web : <<http://www.bdlc.umontreal.ca>>.
- Bourbeau, R., Martel, S. et Blackburn, M-E. (2003) Corrections des données sur les décès dans la Base de données sur la longévité canadienne. Rapport non publié, Département de démographie, Université de Montréal.
- Brutel, C. et Omalek, L. (2003) Projections démographiques pour la France, ses régions et ses départements (horizon 2030/2050). *Insee Résultats Société* : 16 pp. 1-40.
- Cho-Min-Naing, Dr. Forecasting epidemic: time series modelling : supercourse (2002). University of Pittsburgh [En ligne]. <http://www.pitt.edu/~super1/lecture/lec8631/>. Consulté le 7 mars 2007.
- Coale, A. J. et Kisker, E. E. (1990) Defects in data on old-age mortality in the United States : New procedures for calculating mortality schedules and life tables at the highest ages. *Asian and Pacific Population Forum* 4 : 1 pp. 1-31.
- Corbeil, M.-R., Martinez, J., Richard, M. et A. Lebeau (2007). Repères pour l'application de pratiques liées aux objectifs de surveillance en voie de renforcement au Québec. Agence de la santé et des services sociaux de la Montérégie, Table de concertation nationale en Surveillance, Longueuil, 219 p.
- Deaton, A. et Paxson, C. (2004) Mortality, Income, and Income Inequality Over Time in the Britain and the United States. National Bureau of Economic Research, Technical Report 8534, Cambridge, United States.
- Frankish, C.J. et al. (1996). Health Impact Assessment as a Tool for Population Health Promotion and Public Policy. Vancouver, Institute of Health Promotion Research, Université de la Colombie-Britannique.
- George, M. V. (1999) Population Forecasting in Canada : Conceptual and Methodological Developments. Paper presented for the 1999 Distinguished Canadian Demographer Lecture in honour of Dr. Anatole Romaniuc, Department of Sociology, University of Alberta, Canada, November 26, 1999.
- Government Actuary's Department (2002) National population projections : 2000-based. Office for National Statistics, Series PP2 no. 23. TSO : London.
- Hollmann, F. W., Mulder, T. J. et Kallan, J. E. (2000) Methodology and Assumptions for the Population Projections of the United States : 1999 to 2100. U.S. National Projections. Population Projections Branch, Population Division Working Paper No. 38, Washington, United States.

- [http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/demograp/tendance2001\\_2051\\_pdf.htm](http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/demograp/tendance2001_2051_pdf.htm). Consulté le 20 octobre 2005.
- Keyfitz, N. (1982) Choice of function for mortality analysis : Effective forecasting depends on a minimum parameter representation. *Theoretical Population Biology* 21 :3 pp. 329-332
- Lee, R. D. (2001) Predicting Human Longevity. *Science* 292 : 5522, pp. 1654-1655.
- Lee, R.D. (1998). Probabilistic Approaches to Population Forecasting. *Population and Development Review*, vol. 24, suppl., pp. 156-190.
- Lee, R. D. et Carter, L. R. (1992) Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association* 87 : 419 pp. 659-671, et "Rejoinder", same issue, pp. 674-675.
- Li, N. et Lee, R. D. (2005) Coherent mortality forecasts for a group of populations : an extension of the Lee-Carter method. *Demography* 42 : 3 pp. 575-594.
- Martens, P. (2002). Health transitions in a globalizing world : towards more disease or sustained health? . *Futures*, vol. 34, no 7, pp. 635-648.
- National Institute of Population and Social Security Research (2002) Population Projections for Japan : 2001-2050. With Long-range Population Projections : 2051-2100. Department of Research Planning and Coordination, Tokyo, Japan.
- Nault, F. (1997) Diminution des écarts de mortalité, de 1978 à 1995. *Rapports sur la santé* 9 : 1, Ottawa, Statistique Canada, no. 82-003 au catalogue, pp. 37-43.
- Neiner, J.A., E.H. Howze et M.L. Greaney (2004). Using scenario planning in public health : anticipating alternative futures. *Health Promotion Practice*, vol. 5, no 1, pp. 69-79.
- Organisation mondiale de la Santé (1946). Préambule à la Constitution de l'Organisation mondiale de la Santé, tel qu'adopté par la Conférence internationale sur la Santé, New York, 19-22 juin 1946; signé le 22 juillet 1946 par les représentants de 61 États. 1946; (Actes officiels de l'Organisation mondiale de la Santé, n°. 2, p. 100) et entré en vigueur le 7 avril 1948.
- Paquette, L. (2006). Projections de la mortalité pour le Canada, les provinces et les territoires 2003-2056 : comparaison de deux méthodes. Mémoire de maîtrise, Montréal, Université de Montréal, 113 p.
- Pelletier G. (2005). La population du Québec par territoire des centres locaux de services communautaires, par territoire des réseaux locaux de services et par région administrative de 1981 à 2026. Québec : MSSS, 287 p.
- Puentes-Markides, C., et M.J. Garrett (1996). Application of 'futures' in the community-level health promotion with special reference to Latin America. *International Journal of Health Planning and Management*, vol. 11, no 4, pp. 317-338.
- Statistique Canada (2005) Projections démographiques pour le Canada, les provinces et les territoires 2005-2031. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 91-520-XIF au catalogue.
- Statistique Canada (2004a) Décès. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 84F0-211-XIF au catalogue.
- Statistique Canada (2004b) Statistiques démographiques annuelles. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 91-213-XIB au catalogue.

- Statistique Canada (1992) Statistiques choisies sur la natalité et la fécondité, Canada, 1921 à 1990. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 82-553-XPB au catalogue.
- Tabeau, E., A. van den Berg Jeths et C. Heathcote (2001). Forecasting mortality in developed countries : insights from a statistical, demographic and epidemiological perspectives. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 336 p.
- Thibault, N., Létourneau, E. et Girard, C. (2004) Si la tendance se maintient... Perspectives démographiques, Québec et régions, 2001-2051, Québec : Institut de la Statistique du Québec, 39 p. [En ligne].
- Van den Berg Jeths, A., et al. (2001). A review of epidemiological approaches to forecasting mortality and morbidity. Dans Forecasting mortality in developed countries : insights from a statistical, demographic and epidemiological perspectives. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 33-56.
- Van der Heijden, K. (1986). Scenarios : the art of strategic conversation. New York : John Wiley, 305 p.
- Van Veen-Croot, D., P. Nijkamp et J. Van den Bergh (2000). A scenario study for investigating the implications of globalisation on international transport and the global environment : a case study for the Dutch paper industry. Amsterdam, Free University Amsterdam, Department of Spatial Economics.
- Wall-On-Line : l'e-gouvernement wallon (2007). Boîte à outils : Méthodes d'implication des utilisateurs. L'analyse experte –Delphi.  
[http://egov.wallonie.be/boite\\_outils\\_methodes/pa0308.htm](http://egov.wallonie.be/boite_outils_methodes/pa0308.htm). Consulté en décembre 2007
- Wei, W.W.S. (1994). Time series analysis. Redwood City, Addison-Wesley, 478 p.
- Willekens, F.J. (2001). Gompertz in context : the Gompertz and related distributions. *in* Forecasting mortality in developed countries : insights from a statistical, demographic and epidemiological perspectives. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 105-126.



**ANNEXE 1**  
**ÉTAPES DE CALCULS**





## Les étapes de calcul en un coup d'oeil

### Calcul des paramètres

- Étape 1 : Calcul du  $a_{x,i}$
- Étape 2 : Calcul du  $B_x$  et du  $K_t^*$
- Étape 3 : Calcul du  $K_t$
- Étape 4 : Calcul du  $b_{x,i}$  et du  $k_{t,i}$
- Étape 5 : Projection du  $K_t$
- Étape 6 : Projection du  $k_{t,i}$
- Étape 7 : Correction de la projection du  $K_t$
- Étape 8 : Projection du  $a_{x,i}$



### Calcul des taux de mortalité

- Étape 9 : Calcul des taux de mortalité modélisés
- Étape 10 : Calcul des taux de mortalité projetés
- Étape 11 : Calcul des taux de mortalité modélisés, prolongés de 85 à 110 ans et plus avec la méthode Coale-Kisker
- Étape 12 : Calcul des taux de mortalité projetés, prolongés de 85 à 110 ans et plus avec la méthode Coale-Kisker



### Calcul des espérances de vie à la naissance

- Étape 13 : Calcul des espérances de vie à la naissance modélisées à partir des taux de mortalité modélisés et prolongés
- Étape 14 : Calcul des espérances de vie à la naissance projetées à partir des taux de mortalité projetés et prolongés



### Calcul des hypothèses de mortalité

- Étape 15 : Calcul des intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés et prolongés
- Étape 16 : Calcul des intervalles de confiance à 95 % des espérances de vie à la naissance projetées à partir des intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés et prolongés



### Calcul des indices de Li et Lee

- Étape 17 : Calcul des indices de Li et Lee : les « explanation ratios »

## Les étapes de calcul en détail

### Calcul des projections de la mortalité au Canada et selon les provinces, 2003-2031

Exemple : Projection de la mortalité d'un territoire  $i$ , 2003-2031.

Données : Taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du territoire  $i$  ( $m_{x,t,i}$ ).

Où :

$x = 0$  à  $90+$ ;  
 $t = 1971$  à  $2002$ .

Paramètres :  $\ln(m_{x,t,i}) =$  Logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du territoire  $i$ .

$a_{x,i} =$  Profil moyen de la mortalité selon l'âge du territoire  $i$ .

$B_x =$  Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada, sexes réunis.

$K_t^* =$  Première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis.

$K_t =$  Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada, sexes réunis.

$b_{x,i} =$  Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du territoire  $i$ .

$k_{t,i} =$  Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du territoire  $i$ .

#### Calcul des paramètres

Étape 1 : Calcul du  $a_{x,i}$

Pour  $x = 0$  à  $90+$ ;  
 $i =$  territoire projeté.

Calcul de la moyenne, à chaque âge, des logarithmes du taux de mortalité du territoire  $i$  sur l'ensemble de la période de 32 ans (1971 à 2002) :

$$a_{x,i} = \frac{1}{32} \sum_{t=1971}^{2002} \ln(m_{x,t,i})$$

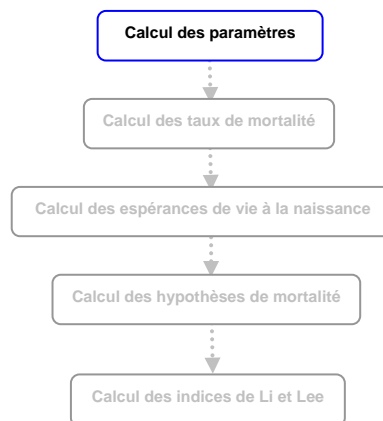
Étape 2 : Calcul du  $B_x$  et du  $K_t^*$

Pour  $x = 0$  à  $90+$ ;  
 $t = 1971$  à  $2002$ .

▪ **Calcul de la matrice  $M1 = [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i}]$ , où  $i =$  Canada, sexes réunis**

Attention : La matrice  $M1$  est de type  $(91 \times 32)$ , soit 91 lignes pour 32 colonnes.

On compte donc 91 années d'âge et 32 années de calendrier dans cette matrice rectangulaire.



- **Décomposition en valeurs singulières de la matrice M1 avec la commande call svd du langage de programmation SAS :**

*call svd (U,Q,V, M1);*

Suite à la décomposition en valeurs singulières, on obtient 3 matrices :  $U$  ,  $Q$  et  $V$

Où :

$U$  : Matrice orthogonale unitaire (91 x 91) des vecteurs de l'effet d'âge

$Q$  : Matrice diagonale (91 x 32) des valeurs singulières

$V$  : Matrice orthogonale unitaire (32 x 32) des vecteurs de l'effet du temps

- **Calcul du  $B_x$  et du  $K_t^*$**

$$B_x = \left( \frac{1}{s} \right) U_1$$

$$K_t^* = \sigma_1 s V_1$$

Où :

$U_1$  = première colonne de  $U$

$V_1$  = première colonne de  $V$

$\sigma_1$  = première valeur singulière de la matrice  $Q$

$s$  = somme des éléments de la première colonne de  $U$

### Étape 3 : Calcul du $K_t$

Pour  $t = 1971$  à  $2002$ .

- Ajustement du  $K_t^*$  avec la commande *solveur* du logiciel *Excel*

### Pour $t = 1971$ :

- **Calcul de l'espérance de vie à la naissance du Canada sexes réunis, modélisée**

Calcul du taux de mortalité du Canada sexes réunis modélisé :

$$m_{x,t,i} = \exp(a_{x,i} + B_x K_t^*), \text{ où } x = 0 \text{ à } 90+ \text{ et } i = \text{Canada, sexes réunis.}$$

Consulter l'étape 13 pour transformer le taux de mortalité modélisé en espérance de vie à la naissance modélisée.

Attention :

Puisque  $x = 0$  à  $90+$ ; alors  $q_{90+} = 1$ ,  $L_{90+} = l_{90+} * 0,5$  et  $T_{90+} = L_{90+}$ .

- **Calcul de l'espérance de vie à la naissance du Canada sexes réunis, observée**

Taux de mortalité du Canada sexes réunis observé :

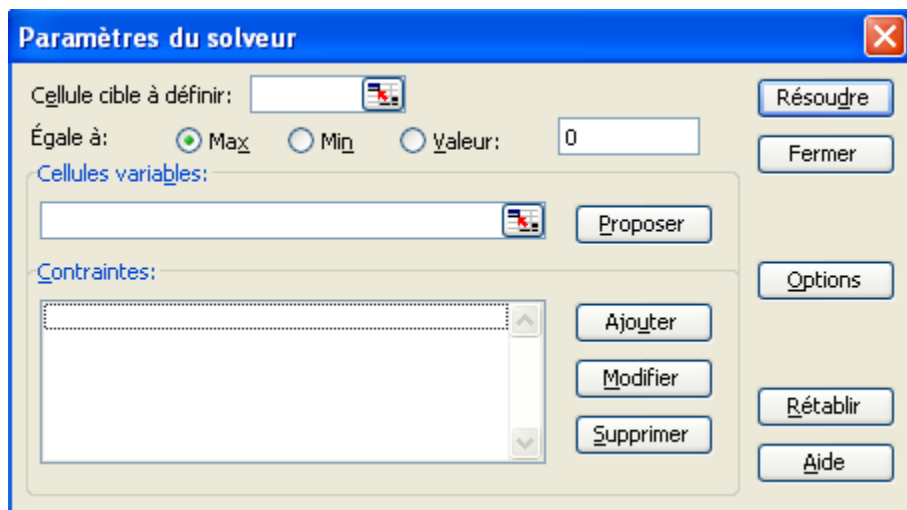
$$m_{x,t,i}, \text{ où } x = 0 \text{ à } 90+ \text{ et } i = \text{Canada, sexes réunis.}$$

Consulter l'étape 13 pour transformer le taux de mortalité observé en espérance de vie à la naissance observée.

Attention :

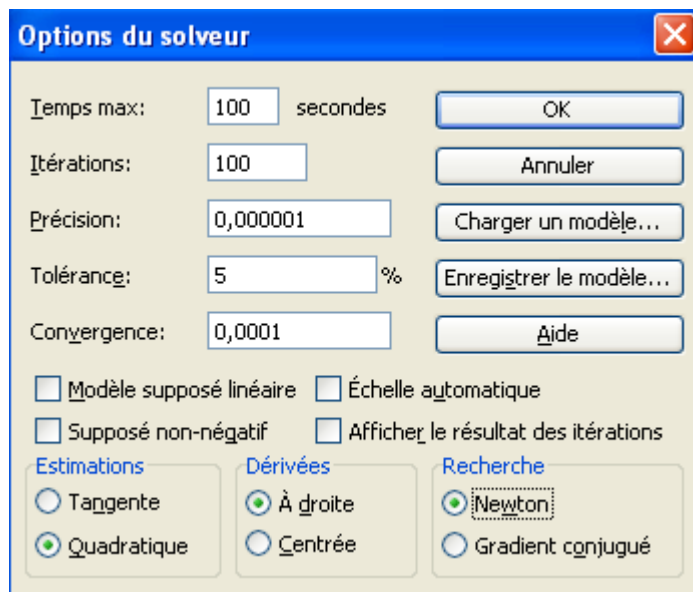
Puisque  $x = 0$  à  $90+$ ; alors  $q_{90+} = 1$ ,  $L_{90+} = l_{90+} * 0,5$  et  $T_{90+} = L_{90+}$ .

- **Calcul de la différence entre l'espérance de vie à la naissance du Canada, sexes réunis, modélisée et l'espérance de vie à la naissance du Canada, sexes réunis, observée**
- Dans la feuille *Excel* où les espérances de vie ont été calculées, choisir Menu **Outils**, option **Solveur ...**



Dans la fenêtre **Paramètres du solveur** :

- **Cellule cible à définir** : Sélectionner la différence entre l'espérance de vie à la naissance du Canada, sexes réunis, modélisée et l'espérance de vie à la naissance du Canada, sexes réunis, observée
- **Égale à** : Sélectionner : **Valeur** et indiquer 0
- **Cellules variables** : Sélectionner le  $K_t^*$  qui a servi à calculer l'espérance de vie à la naissance du Canada, sexes réunis, modélisée dans la feuille *Excel*
- Cliquer sur **Options**



Dans la fenêtre **Options** :

- Sélectionner **Estimations** : **Quadratique**
- Sélectionner **Dérivées** : **À droite**
- Sélectionner **Recherche** : **Newton**
- Sélectionner **OK**
  
- Sélectionner **Résoudre**
  
- Répéter l'opération pour **t = 1972 à 2002**.

**Étape 4** : Calcul du  $b_{x,i}$  et du  $k_{t,i}$

Pour  $x = 0$  à  $90+$  ;  
 $t = 1971$  à  $2002$  ;  
 $i =$  territoire projeté.

- **Calcul de la matrice  $M2 = [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t]$**   
*Attention : La matrice M2 est de type (91 x 32), soit 91 lignes pour 32 colonnes.  
On compte donc 91 années d'âge et 32 années de calendrier dans cette matrice rectangulaire.*
- **Décomposition en valeurs singulières de la matrice M2 avec la commande call svd du langage de programmation SAS :**

*call svd (U,Q,V, M2);*

Suite à la décomposition en valeurs singulières, on obtient 3 matrices :  $U$  ,  $Q$  et  $V$

Où :

$U$  : Matrice orthogonale unitaire (91 x 91) des vecteurs de l'effet d'âge

$Q$  : Matrice diagonale (91 x 32) des valeurs singulières

$V$  : Matrice orthogonale unitaire (32 x 32) des vecteurs de l'effet du temps

- **Calcul du  $b_{x,i}$  et du  $k_{t,i}$**

$$b_{x,i} = \left(\frac{1}{s}\right)U_1$$

$$k_{t,i} = \sigma_1 s V_1$$

Où :

$U_1$  = première colonne de  $U$

$V_1$  = première colonne de  $V$

$\sigma_1$  = première valeur singulière de la matrice  $Q$

$s$  = somme des éléments de la première colonne de  $U$

**Étape 5** : Projection du  $K_t$

Pour  $t = 1971$  à  $2002$ .

- **Choix du modèle ARIMA (p, d, q) avec la commande *proc arima* du langage de programmation SAS.**

Où :

p : nombre de termes autorégressifs

d : nombre de différences

q : nombre de moyennes mobiles

- **Création d'une base de données SAS (donnees) avec le paramètre  $K_t$  (kt).**

- **Essai avec le modèle ARIMA (0, 0, 0) :**

```
proc arima data = donnees;  
identify var = kt;  
estimate plot;  
run ;
```

- Analyse des graphiques d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle avec le modèle ARIMA (0, 0, 0)

Le graphique d'autocorrélation permet d'estimer l'élément q.

Le graphique d'autocorrélation partielle permet d'estimer l'élément p.

- **Essais avec différents modèles ARIMA (p, d, q) :**

Exemple avec le modèle ARIMA (1, 1, 1) :

```
proc arima data = donnees;  
identify var = kt(1);  
estimate plot p = 1 q = 1;  
run;
```

Attention :

- Si le paramètre  $MU$  n'est pas significatif, alors l'ajout de l'instruction *noint* est nécessaire à la commande *proc arima* de ce modèle.
- Si l'estimation du paramètre  $MU$  est plus grande que 0,97, alors il s'agit probablement d'un modèle unitaire qui nécessite une différenciation ( $d = 1$ ).
- Si un message d'erreur apparaît disant que les estimations n'ont peut-être pas convergé, alors un autre choix de modèle est fortement à envisager.
- Si le paramètre  $K_t$  est linéaire, une première différenciation ( $d = 1$ ) est nécessaire. Dans le cas où elle n'est pas linéaire, la différenciation est alors inutile ( $d = 0$ ).

- **Analyse des résultats obtenus avec les différents modèles ARIMA (p, d, q)**

Le modèle ARIMA (p, d, q) approprié doit répondre à trois principaux critères:

1. Les paramètres du modèle doivent être significatifs à 0,05.
2. Les résidus doivent être statistiquement indépendants, c'est-à-dire que leurs autocorrélations doivent être non-significatives à 0,05. Il est d'ailleurs préférable que la non-significativité des autocorrélations des résidus soit d'une valeur minimale de 0,45.
3. Le graphique d'autocorrélation des résidus doit indiquer l'absence d'autocorrélations entre les résidus dans un intervalle de confiance à 95 %.

- **Projection du  $K_t$  avec la commande *proc arima* du langage de programmation SAS et l'instruction *forecast*.**

Indiquer le modèle ARIMA (p, d, q) approprié déterminé précédemment et l'horizon de projection désiré.

Exemple avec le modèle ARIMA (1, 1, 1) et un horizon de projection de 29 ans (2003 à 2031) :

```
proc arima data = donnees;
identify var = kt(1);
estimate plot p = 1 q = 1;
forecast lead = 29;
run;
```

- Étape 6 :** Projection du  $k_{t,i}$   
Pour t = 1971 à 2002;  
I = territoire projeté.

Mêmes procédures qu'à l'étape 5.

- Étape 7 :** Correction de la projection du  $K_t$   
Pour t = 2003 à 2031.

Remplacer les valeurs de la projection du  $K_t$  par les différences entre ces valeurs et la valeur du  $K_t$  en 2002.

- Étape 8 :** Projection du  $a_{x,i}$   
Pour x = 0 à 90+ ;  
i = territoire projeté.

- $a_{x,i} = \ln(m_{x,t,i})$ , où t = 2002

### Calcul des taux de mortalité

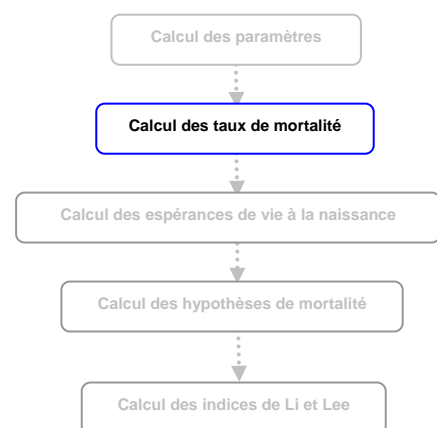
- Étape 9 :** Calcul des taux de mortalité modélisés

- *Common factor model* :  
Pour x = 0 à 90+ ;  
t = 1971 à 2002;  
i = territoire projeté.

$$m_{x,t,i} = \exp(a_{x,i} + B_x K_t)$$

- *Augmented common factor model* :  
Pour x = 0 à 90+ ;  
t = 1971 à 2002;  
i = territoire projeté.

$$m_{x,t,i} = \exp(a_{x,i} + B_x K_t + b_{x,i} k_{t,i})$$



**Étape 10 :** Calcul des taux de mortalité projetés

- *Common factor model :*  
Pour  $x = 0$  à  $90 +$ ;  
 $t = 2003$  à  $2031$ ;  
 $i =$  territoire projeté.

$$m_{x,t,i} = \exp(a_{x,i} + B_x K_t)$$

Où :

$a_{x,i}$  a été projeté ;

$K_t$  a été projeté et corrigé.

- *Augmented common factor model :*  
Pour  $x = 0$  à  $90 +$ ;  
 $t = 2003$  à  $2031$ ;  
 $i =$  territoire projeté.

$$m_{x,t,i} = \exp(a_{x,i} + B_x K_t + b_{x,i} k_{t,i})$$

Où :

$a_{x,i}$  a été projeté;

$K_t$  a été projeté et corrigé;

$k_{t,i}$  a été projeté.

**Étape 11 :** Calcul des taux de mortalité modélisés, prolongés de 85 à 110 ans et plus avec la méthode Coale-Kisker

**Pour  $t = 1971$  :**

- Calcul du taux de croissance de la mortalité à 85 ans ( $k(85)$ ) :

$$k(85) = \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{88}}{m_{81}} \right) \right)}{7}$$

- Calcul de la pente du taux de croissance de la mortalité par âge ( $s$ ) :

$$s = - \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{84}}{m_{110+}} \right) + 26 * k(85) \right)}{325}, \text{ où } m_{110+} = 1.$$

- Calcul du taux de croissance de la mortalité par âge ( $k(x)$ ) :

$$k(x) = k(85) + (s * (x - 85)), \text{ où } x = 85, \dots, 110 +.$$



- Calcul du taux de mortalité modélisé, prolongé de 85 à 110 ans et plus :

$$m_x = m_{84} * \left\{ \exp \left( \sum_{x=85}^X k(x) \right) \right\}, \text{ où } X = 85, \dots, 110 + .$$

- Répéter l'opération pour **t = 1972 à 2002**.

**Étape 12 :** Calcul des taux de mortalité projetés, prolongés de 85 à 110 ans et plus avec la méthode Coale-Kisker

**Pour t = 2003 :**

- Calcul du taux de croissance de la mortalité à 85 ans ( $k(85)$ ) :

$$k(85) = \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{88}}{m_{81}} \right) \right)}{7}$$

- Calcul de la pente du taux de croissance de la mortalité par âge (s) :

$$s = - \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{84}}{m_{110+}} \right) + 26 * k(85) \right)}{325}, \text{ où } m_{110+} = 1.$$

- Calcul du taux de croissance de la mortalité par âge ( $k(x)$ ) :

$$k(x) = k(85) + (s * (x - 85)), \text{ où } x = 85, \dots, 110 + .$$

- Calcul du taux de mortalité projeté, prolongé de 85 à 110 ans et plus :

$$m_x = m_{84} * \left\{ \exp \left( \sum_{x=85}^X k(x) \right) \right\}, \text{ où } X = 85, \dots, 110 + .$$

- Répéter l'opération pour **t = 2004 à 2031**.

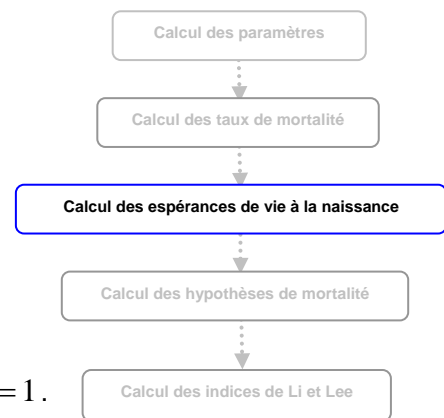
### Calcul des espérances de vie à la naissance

**Étape 13 :** Calcul de l'espérance de vie à la naissance modélisée à partir des taux de mortalité modélisés et prolongés  
Pour  $x = 0$  à  $110 +$ .

**Pour t = 1971 :**

- Calcul du quotient de mortalité ( ${}_1q_x$ ) :

$${}_1q_0 = \frac{{}_1m_0}{(1 + (1 - 0,1) {}_1m_0)}; \quad {}_1q_x = \frac{{}_1m_x}{(1 + (1 - 0,5) {}_1m_x)} \text{ et } q_{110+} = 1.$$



- Calcul des survivants de la table ( $l_x$ ) :

$$l_0 = 100\ 000 \text{ et } l_{x+1} = l_x - d(x, x+1).$$

- Calcul des décès de la table ( $d(x, x+1)$ ) :

$$d(x, x+1) = l_x * {}_1q_x.$$

- Calcul des années vécues par les survivants de la table ( ${}_1L_x$ ) :

$${}_1L_0 = l_1 + (d(0,1) * 0,1); {}_1L_x = l_{x+1} + (d(x, x+1) * 0,5) \text{ et } L_{110+} = l_{110+} * 0,5.$$

- Calcul de la somme des années vécues par les survivants de la table ( $T_x$ ) :

$$T_x = T_{x+1} + {}_1L_x \text{ et } T_{110+} = L_{110+}.$$

- Calcul de l'espérance de vie ( $e_x$ ) :

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

- Répéter l'opération pour **t = 1972 à 2002**.

**Étape 14 :** Calcul de l'espérance de vie à la naissance projetée à partir des taux de mortalité projetés et prolongés

Pour x = 0 à 110+.

**Pour t = 2003 :**

- Calcul du quotient de mortalité ( ${}_1q_x$ ) :

$${}_1q_0 = \frac{{}_1m_0}{(1 + (1 - 0,1) {}_1m_0)}; {}_1q_x = \frac{{}_1m_x}{(1 + (1 - 0,5) {}_1m_x)} \text{ et } q_{110+} = 1.$$

- Calcul des survivants de la table ( $l_x$ ) :

$$l_0 = 100\ 000 \text{ et } l_{x+1} = l_x - d(x, x+1).$$

- Calcul des décès de la table ( $d(x, x+1)$ ) :

$$d(x, x+1) = l_x * {}_1q_x.$$

- Calcul des années vécues par les survivants de la table ( ${}_1L_x$ ) :

$${}_1L_0 = l_1 + (d(0,1) * 0,1); {}_1L_x = l_{x+1} + (d(x, x+1) * 0,5) \text{ et } L_{110+} = l_{110+} * 0,5.$$

- Calcul de la somme des années vécues par les survivants de la table ( $T_x$ ) :

$$T_x = T_{x+1} + {}_1L_x \text{ et } T_{110+} = L_{110+}.$$

- Calcul de l'espérance de vie ( $e_x$ ) :

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

- Répéter l'opération pour **t = 2004 à 2031**.

### Calcul des hypothèses de mortalité

**Étape 15** : Calcul des intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés et prolongés

- Calcul des intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés

- Correction de l'intervalle de confiance à 95 % du  $K_t$  projeté

Pour t = 2003 à 2031.

Remplacer les valeurs de l'intervalle de confiance à 95 % du  $K_t$  projeté, obtenues à l'étape 5, par les différences entre ces valeurs et la valeur du  $K_t$  en 2002.

- Reprendre les procédures de l'étape 10.

Attention :

- *Common factor model* :

Le  $K_t$  projeté et corrigé utilisé dans la formule doit correspondre à la correction de l'intervalle de confiance à 95 % du  $K_t$  projeté.

- *Augmented common factor model* :

Le  $K_t$  projeté et corrigé utilisé dans la formule doit correspondre à la correction de l'intervalle de confiance à 95 % du  $K_t$  projeté.

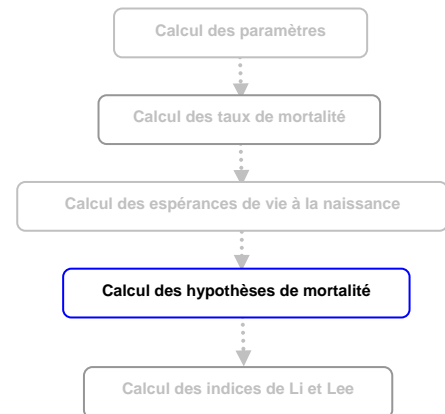
Le  $k_{t,i}$  projeté utilisé dans la formule doit correspondre à l'intervalle de confiance à 95 % du  $k_{t,i}$  projeté, obtenu à l'étape 6.

- Calcul des intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés et prolongés

Reprendre les procédures de l'étape 12.

**Étape 16** : Calcul des intervalles de confiance à 95 % de l'espérance de vie à la naissance projetée à partir des intervalles de confiance à 95 % des taux de mortalité projetés et prolongés

- Reprendre les procédures de l'étape 14



**Calcul des indices de Li et Lee**

**Étape 17** : Calcul des indices de Li et Lee : les « *explanation ratios* »

Pour  $x = 0$  à  $90+$  ;  
 $t = 1971$  à  $2002$  ;  
 $i =$  territoire projeté.

- Common Factor Explanation Ratio :

$$R_c(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i}]^2}$$

- Augmented Common Factor Explanation Ratio :

$$R_{AC}(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t - b_{x,i} k_{t,i}]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i}]^2}$$

